

# Trabajo Fin de Grado

## Grado en Ingeniería Aeroespacial

### Modelo transitorio de compresor: Análisis de la respuesta para variaciones en las condiciones de salida

Autor: Jesús Benito López Moreno

Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

**Dpto. Ingeniería Energética**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Modelo transitorio de compresor: Análisis de la respuesta para variaciones en las condiciones de salida**

Autor:

Jesús Benito López Moreno

Tutor:

Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

Catedrático de Universidad

Dpto. Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Grado:    Modelo transitorio de compresor: Análisis de la respuesta para variaciones en las condiciones de salida

Autor:            Jesús Benito López Moreno

Tutor:            Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



# Agradecimientos

---

Con este proyecto pongo fin a mis estudios de grado y con ello cierro una etapa de duro pero gratificante trabajo para formarme como ingeniero y como persona. Es por ello que me gustaría agradecer dedicando este trabajo a las personas que me han acompañado durante esta etapa y me han ayudado a mejorarme día a día haciendo posible que hoy esté en la posición de entregar el presente documento.

En primer lugar, me gustaría mostrar mi agradecimiento a la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla por la oportunidad que me está brindando para formarme. También me gustaría agradecer a las personas que han estado a mi alrededor, por el apoyo que he recibido, no solo en la realización de este trabajo, sino también en el tiempo que ha durado mi formación en la escuela. En especial a mis padres, por el esfuerzo que han hecho para que sea capaz de alcanzar las metas que me he propuesto, a mis amigos y a mis compañeros que me han apoyado en los mejores y peores momentos.

Por último, me gustaría hacer una mención especial a Pablo, mi compañero de proyecto, con el que ha sido posible desarrollar este trabajo.

*Jesús Benito López Moreno*

*Sevilla, 2020*



# Resumen

---

En este documento se pretende arrojar un poco de luz sobre el estudio del transitorio de un compresor y la simulación matemática del mismo. Se ha desarrollado, por este motivo, un **modelo capacitivo** con la intención de tener una respuesta temporal que se aproxime lo suficiente a la realidad como para poder sacar conclusiones válidas. Se ha analizado este modelo matemático sometiénolo a perturbaciones que modifican su punto de operación, obteniendo así una respuesta en el transitorio.

A partir de este estudio se podrá obtener:

- Predicciones sobre el comportamiento y operatividad del compresor ante diversas maniobras, que estarán relacionadas con las perturbaciones a las que se somete al modelo.
- Un estudio de la aproximación al fenómeno de bombeo en un compresor real a partir del modelo matemático que se propone.
- La creación de leyes de control que suavicen o modifiquen las perturbaciones impuestas sobre el sistema en caso de que los requerimientos (entendidos por maniobras que se ejercen sobre el motor) provoquen que el compresor entre en línea de bombeo o pase por puntos de no operatividad.

Todo esto se conseguirá a partir de un modelo analítico-matemático que implementa las ecuaciones físicas que rigen el paso del fluido por volúmenes, conductos, válvulas y el compresor. Se hará uso, de este modo, de recursos numéricos como la *integración numérica*, *resolución de ecuaciones diferenciales por el método Runge-Kutta*, *interpolación*, entre otros.

Como se extrae del estudio, el modelo matemático capacitivo resulta insuficiente para el estudio del comportamiento del compresor, necesitando de la **ecuación del momentum** para recrear una evolución lo suficientemente realista. Aún así, las conclusiones sacadas en este documento son aplicables y queda representada parte de la operación transitoria de un compresor axial.



# Índice Abreviado

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Índice Abreviado</i>	V
<i>Notación</i>	XI
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Estado del arte	3
1.2 Descripción general del modelo	4
<b>Parte I MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA</b>	<b>7</b>
<b>2 Modelo capacitivo de la evolución del flujo</b>	<b>9</b>
2.1 Fluido de trabajo	10
2.2 Válvulas y conducto	12
2.3 Volúmenes de trabajo	19
2.4 Compresor	22
<b>3 Implementación numérica. Interacción entre componentes</b>	<b>31</b>
3.1 Implementación matemática/numérica	31
3.2 Interacción y funcionamiento del conjunto. Dimensionamiento y análisis	39
<b>Parte II ANÁLISIS DEL RÉGIMEN TRANSITORIO</b>	<b>47</b>
<b>4 Introducción</b>	<b>49</b>
4.1 Dimensionamiento general de los casos a estudiar	49
4.2 Definición de perturbaciones. Leyes de control	51
<b>5 <math>A_{v6}</math> variable y <math>N_C</math> constante</b>	<b>53</b>
5.1 Caso 1: Régimen bajo de giro, alto valor de compresión	53
5.2 Caso 2: Régimen bajo de giro, bajo valor de compresión	61
5.3 Caso 3: Régimen medio de giro, alto valor de compresión	69
5.4 Caso 4: Régimen medio de giro, bajo valor de compresión	77
5.5 Caso 5: Régimen alto de giro, alto valor de compresión	85
5.6 Caso 6: Régimen alto de giro, bajo valor de compresión	93
<b>6 Estudio cruzado: <math>A_{v6}</math> y <math>N_c</math> variables</b>	<b>101</b>

6.1	Caso 2 a caso 5: Aumento en los requerimientos del compresor	102
6.2	Caso 5 a caso 2: Relajación en los requerimientos del compresor	110
<b>Parte III CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS</b>		<b>119</b>
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>121</b>
<b>8</b>	<b>Líneas futuras de trabajo</b>	<b>123</b>
<b>Apéndice A Tablas de compresores</b>		<b>125</b>
A.1	Tabla Compresor 1	125
<i>Índice de Figuras</i>		129
<i>Índice de Tablas</i>		133
<i>Bibliografía</i>		135



# Índice

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Índice Abreviado</i>	V
<i>Notación</i>	XI
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Estado del arte	3
1.2 Descripción general del modelo	4
<b>Parte I    MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA</b>	<b>7</b>
<b>2 Modelo capacitivo de la evolución del flujo</b>	<b>9</b>
2.1 Fluido de trabajo	10
2.2 Válvulas y conducto	12
2.2.1 Coeficiente de descarga: $C_d$	13
2.2.2 Diseño de válvulas. Restricciones físicas y consideraciones	14
2.2.3 Ecuaciones del modelo	15
2.3 Volúmenes de trabajo	19
2.3.1 Dimensionamiento de los volúmenes	19
2.3.2 Ecuaciones del modelo	19
2.4 Compresor	22
2.4.1 Descripción	22
2.4.2 Caracterización del compresor: Tablas y mapas	24
2.4.3 Efecto del bombeo	27
2.4.4 Punto de diseño: Escalado de mapa	28
2.4.5 Variables de control	28
<b>3 Implementación numérica. Interacción entre componentes</b>	<b>31</b>
3.1 Implementación matemática/numérica	31
3.1.1 Fluido de trabajo	33
3.1.2 Módulo válvula-conducto	33
3.1.3 Módulo volumen	35
3.1.4 Módulo compresor	37
3.2 Interacción y funcionamiento del conjunto. Dimensionamiento y análisis	39
3.2.1 Dimensionamiento del sistema	39
3.2.2 Análisis ante perturbación	43

<b>Parte II</b>	<b>ANÁLISIS DEL RÉGIMEN TRANSITORIO</b>	<b>47</b>
<b>4</b>	<b>Introducción</b>	<b>49</b>
4.1	Dimensionamiento general de los casos a estudiar	49
4.1.1	Dimensionamiento general	49
4.1.2	Casos de estudio	50
4.2	Definición de perturbaciones. Leyes de control	51
4.2.1	Rango de variación posible. Mapa de control	51
4.2.2	Ley horaria: $N_C(t)$ y $A_{v6}(t)$	52
<b>5</b>	<b><math>A_{v6}</math> variable y <math>N_C</math> constante</b>	<b>53</b>
5.1	Caso 1: Régimen bajo de giro, alto valor de compresión	53
5.1.1	Abrir válvula	53
5.1.2	Cerrar válvula	57
5.2	Caso 2: Régimen bajo de giro, bajo valor de compresión	61
5.2.1	Abrir válvula	61
5.2.2	Cerrar válvula	65
5.3	Caso 3: Régimen medio de giro, alto valor de compresión	69
5.3.1	Abrir válvula	69
5.3.2	Cerrar válvula	73
5.4	Caso 4: Régimen medio de giro, bajo valor de compresión	77
5.4.1	Abrir válvula	77
5.4.2	Cerrar válvula	81
5.5	Caso 5: Régimen alto de giro, alto valor de compresión	85
5.5.1	Abrir válvula	85
5.5.2	Cerrar válvula	89
5.6	Caso 6: Régimen alto de giro, bajo valor de compresión	93
5.6.1	Abrir válvula	93
5.6.2	Cerrar válvula	97
<b>6</b>	<b>Estudio cruzado: <math>A_{v6}</math> y <math>N_C</math> variables</b>	<b>101</b>
6.1	Caso 2 a caso 5: Aumento en los requerimientos del compresor	102
6.1.1	Variación simultánea	102
6.1.2	Variación desfasada	106
6.2	Caso 5 a caso 2: Relajación en los requerimientos del compresor	110
6.2.1	Variación simultánea	110
6.2.2	Variación desfasada	114
<b>Parte III</b>	<b>CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS</b>	<b>119</b>
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>121</b>
<b>8</b>	<b>Líneas futuras de trabajo</b>	<b>123</b>
<b>Apéndice A</b>	<b>Tablas de compresores</b>	<b>125</b>
A.1	Tabla Compresor 1	125
	<i>Índice de Figuras</i>	129
	<i>Índice de Tablas</i>	133

*Bibliografía*

135



# Notación

---

$\pi_C$	Relación de compresión
$\dot{m}_C$	Gasto circulante por el compresor
$\eta_C$	Rendimiento del compresor
$T$	Temperatura estática
$T_0$	Temperatura de remanso
$P$	Presión estática
$P_0$	Presión de remanso
$V$	Volumen
$A$	Área
$\rho$	Densidad
$C_P$	Capacidad calorífica del gas a presión constante
$C_V$	Capacidad calorífica del gas a volumen constante
$R$	Constante de los gases ideales
$\gamma$	Coefficiente de dilatación adiabática
$h$	Entalpía estática del fluido
$h_0$	Entalpía de remanso del fluido
$s$	Entropía
$v$	Volumen específico
$C$	Velocidad absoluta
$C_d$	Coefficiente de descarga
$K$	Coefficiente de carga
$M$	Número de Mach
$G_{in}$	Gasto entrante
$G_{out}$	Gasto saliente
$\beta$	Parámetro de avance en las líneas a $N_C$ constante. No tiene sentido físico.
$F.E.\pi_C$	Factor de escalado en la relación de compresión
$F.E.\dot{m}_C$	Factor de escalado en el gasto
$F.E.\eta_C$	Factor de escalado en el rendimiento
$\frac{dP}{dt}$	Variación de la presión con el tiempo
$\frac{dT}{dt}$	Variación de la temperatura con el tiempo
$\frac{dm}{dt}$	Variación de la masa con el tiempo



# 1 Introducción

---

En los distintos cursos de grado en Ingeniería que versan sobre el análisis de los comportamientos de aerorreactores se suele focalizar el estudio en el comportamiento del motor en régimen permanente. Si bien este estudio es bastante amplio y necesario para comprender y diseñar un motor que deba dar unas prestaciones específicas, no un análisis completo de los mismos ya que pasa por alto el régimen transitorio de los mismos. El comportamiento de los motores en su arranque o en operaciones donde varíe su punto de operación no es menos importante que el régimen permanente, ya que en esos periodos de operación el motor puede llegar a zonas de diseño peligrosas que puede comprometer fuertemente su operación. Por ejemplo, pueden llegarse a zonas de bombeo (*Surge*) de compresor, en donde el flujo dentro del mismo se revierte y puede dar a una destrucción completa del motor. Es crucial analizar en qué casos y cómo se puede llegar a esas condiciones para evitarlas, y son muy probables que se den en la operación transitoria de un motor, con lo que el análisis de la misma cobra mucha más importancia. A su vez, es importante analizar las causas de esos problemas para saber diseñar un motor y elegir un punto de diseño correcto lo suficientemente alejado de esas zonas.

Cabe decir que aunque el estudio de la operación transitoria de motores es perfectamente factible en laboratorios con los medios adecuados, es perfectamente posible realizarlas también a través de **computación matemática**, lo que evita que se tenga que disponer, primero de una zona de ensayos válida para realizarlos, y de un motor que ensayar, con lo que se gana mucho en experimentación. Si bien no hay que olvidar que los resultados no son reales, aunque serán próximos a ellos. Solo hay que disponer de datos experimentales derivados del régimen permanente del motor y obtener un modelo lo suficientemente realista para que se puedan obtener resultados significativos.

Para llevar a cabo el estudio mediante computación es necesario desarrollar un modelo matemático que implementar en un programa de cálculo. El método que se va a utilizar es el *Inter-Component Volume Method*, basado en la introducción de varios volúmenes de control que servirán, por un lado para imitar el volumen del compresor en el que se acumulará el aire, y otro para imitar el resto del motor, en caso de que estuviera integrado en un motor real. Este método se implementará en el programa de cálculo **MATLAB**, tal y como se desarrollará en posteriores apartados.

La presente memoria surge de la necesidad de comprender qué tipo de comportamientos sufren las máquinas y motores térmicos durante su operación transitoria. Si bien el estudio del comportamiento de un aerorreactor en régimen permanente se puede modelar en toda su complejidad solo por ecuaciones algebraicas o sistemas de ecuaciones algebraicas, el periodo de operación transitoria de

los motores, al ser dependiente del tiempo debe incluir este aspecto en sus ecuaciones, con lo que el estudio de estos solo es posible mediante ecuaciones diferenciales. Dicho análisis no es trivial y solo se puede llevar a cabo a través de una serie de métodos numéricos. Gracias a la tecnología actual estos problemas son perfectamente abordables y se puede resolver con un margen de error lo suficientemente aceptable, con lo que sus resultados son perfectamente extrapolables a la realidad, o por lo menos válidos para llegar a conclusiones que sí lo sean.

También se decide abordar este estudio debido a que hay mucha menos información disponible respecto a los análisis de motores en operación transitoria que en operación permanente. Este hecho es comprensible, ya que es un problema que no se ha podido abordar hasta hace relativamente poco tiempo, y que a ojos de un diseñador, creará un motor que se amolde a las prestaciones requeridas, pero por supuesto que cumpla con un comportamiento válido en régimen transitorio. Con el presente trabajo también se quiere arrojar un poco de luz a las investigaciones de este tipo de operaciones, aun con las limitaciones en las que se encuentra por tratarse de un Trabajo Final de Grado.

Un último aspecto a considerar es la posibilidad de instalar algoritmos de control que se basen en este método en motores de aeronaves. Como bien es sabido, actualmente los motores están equipados con unidades electrónicas de control (ECU) que se encargan de medir parámetros y monitorizar la operación del motor. Dichas unidades llevan integradas leyes de control y de comportamiento de los motores y por supuesto, métodos numéricos que a partir de los datos experimentales y de los que vaya midiendo, prevén el funcionamiento del motor. *Poder implementar un método que pueda prevenir el fallo del compresor o del motor en su conjunto es una gran ventaja a la hora de evitar accidentes.*

En la presente memoria, sin embargo, no se va a analizar el comportamiento de un motor por completo, sino únicamente de compresores axiales. Es interesante observar el comportamiento del motor en su conjunto, pero se entiende que el alcance de ese estudio es demasiado para un trabajo de estas características. Aún así, se obtendrán conclusiones igual de interesantes que podrán complementarse a las de otros estudios de otros componentes de motor.

Aunque solo se vayan a analizar compresores, se hará un estudio lo suficientemente completo como para obtener dichas conclusiones y en el que se intentará introducir todas las casuísticas más comunes de operación de compresores.



## 1.1 Estado del arte

Durante los últimos 60 años la operación de compresores axiales ha sido objetos de diferentes estudios para comprender qué es lo que sucede en su transcurso. Sobre todo, han sido estudios centrados en analizar la entrada en pérdida (*Stall*) del compresor, y en analizar el fenómeno denominado *Surge* que puede dar lugar a la pérdida. Es más, muchos de los análisis orientados a analizar el bombeo se ha centrado en la operación en régimen permanente de compresores, pero pocos se han dedicado a analizar la operación transitoria de ellos, debido a la no linealidad del proceso y la complejidad del problema y de la instrumentación necesaria. De hecho, la mayoría de técnicas usadas se basaban en obtener cuantos la mayor cantidad de datos de operación posible, modelar el fenómeno y empezar a obtener conclusiones. Por supuesto, los análisis que se realizaban sobre compresores centrífugos eran similares a los que se hacían sobre compresores axiales. El primer trabajo que se centró en crear un modelo que recreara el bombeo y la pérdida asociada data de 1955 (Emmons, et al). Distintos trabajos e investigaciones se han desarrollado desde entonces: Takata y Nagano en 1972 [3] crearon uno de los primeros modelos no lineales para analizar la pérdida en compresores. Y de ahí en adelante distintos proyectos que intentaban analizar el bombeo y la pérdida en base a distintas técnicas, con mejor y peor resultado. Además, gran parte de los estudios sobre compresores se realiza junto a turbinas.

Por supuesto, en la gran mayoría de esos estudios se pueden encontrar conclusiones que afectan al diseño de álabes y áreas de los compresores. Sin embargo, aquí no se profundizará en ese aspecto, si no que el diseño de compresor ya vendrá dado.

Aunque aún se siguen realizando ensayos en laboratorios de compresores cuando es posible, en los últimos años se han empezado a desarrollar modelos computacionales que representen el funcionamiento de compresores axiales, integrados a su vez en un mismo conjunto con una turbina y una cámara de combustión, de manera que se modele el funcionamiento completo de un generador de gas. Por supuesto, estos modelos, como el introducido en [6] incluyen modelos termodinámicos de combustión que intentan acercarse lo máximo posible a la realidad, si bien es un proceso harto complejo por la cantidad de irreversibilidades que pueden encontrarse en ese punto. Por ello, intentan integrar modelos analíticos con modelos empíricos, de manera que puedan aproximarse aún más a la realidad.

Sin embargo, aún se pueden encontrar investigaciones que abarcan exclusivamente el estudio de la operación de compresores, como puede ser la que llevaron a cabo Marcin Plis y Henryk Rusinowski en 2016[1].

Es interesante observar que dichos modelos que se usan actualmente se basan en modelos matemáticos ideados durante el siglo pasado, que sus creadores incluso llegaron a implementar en computadoras y que sentaron la base para que otros lo hicieran y que efectivamente eran funcionales. Aún siendo modelos poco pulidos, basados en operaciones matriciales para resolver las ecuaciones diferenciales, daban muy buenos resultados. Es más, estos modelos incluso se llegaron a implementar en ámbitos como la climatización, para el diseño de aires acondicionados, o para el diseño de plantas energéticas térmicas de producción de electricidad.

Si bien existe un estudio relativamente amplio de la simulación de motores y turbocompresores, en este proyecto se pretende obtener desde cero un modelo funcional con el que se pueda extraer información y, en su caso, sirva como precedente a proyectos que abarquen un estudio más detallado del motor.

## 1.2 Descripción general del modelo

Como se ha mencionado anteriormente, el objetivo de este proyecto es realizar un análisis matemático descriptivo de un compresor en transitorio, con el que se puedan extraer conclusiones sobre la variación de parámetros con el tiempo y los efectos que estos tienen sobre el compresor. Para realizar este análisis, se ha hecho uso de un modelo matemático, en este apartado se mencionarán las partes que tiene y, en general, la función de cada una de estas partes. También se mencionarán las ecuaciones que se utilizan con la intención de tener una visión global de cómo funciona el sistema sin entrar en detalle.

El esquema que se presenta a continuación consta de diferentes componentes. Cada uno de ellos representa un elemento físico que ha sido sustituido por un módulo matemático que se asemeja a su comportamiento real. El dimensionamiento y caracterización de los parámetros físicos que describen cada componente es fundamental para la interacción entre estos.

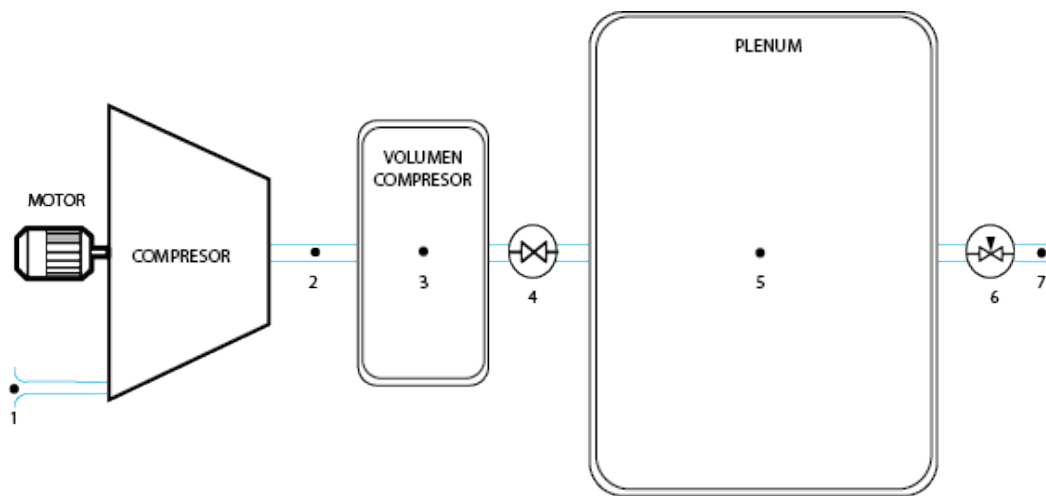


Figura 1.1 Esquema del modelo completo.

Como se observa, existe una numeración de partes y componentes. Cada uno de ellos representa una etapa por la que pasa el fluido o elementos de control de parámetros determinantes para un componente.

Se presenta una descripción sencilla de los componentes del modelo, en futuros apartados se entrará en detalle sobre cada uno de ellos.

- **Motor:** Su función es la regulación activa de la velocidad de giro del compresor. Es un elemento sobre el que se ejerce un control que afecta a los parámetros del mapa de compresor y será analizado en el apartado correspondiente, siendo uno de los parámetros principales de análisis.
- **Compresor:** El elemento sobre el que se centra el objeto del presente documento y el proyecto. Su comportamiento *se genera a partir de unas tablas* que proporcionan las curvas características (adaptadas al punto de diseño que se adopte) y, como consecuencia, determinan la evolución del fluido a través de este componente. Sus parámetros más importantes serán el gasto circulante ( $\dot{m}_c$ ), la relación de compresión ( $\pi_c$ ) y el rendimiento ( $\eta_c$ ).

En las curvas características aparece lo que se denomina línea de bombeo, que es una medida empírica por la que el comportamiento del motor es impredecible.

- **Punto 1 - Condiciones ambiente:** Condiciones de entrada del fluido, determinadas por la presión y la temperatura de remanso antes del compresor. Diferentes condiciones ambientales afectarán al funcionamiento del compresor y, por consiguiente, al resto del modelo
- **Punto 2 - Salida del compresor:** Representado a través de un conducto de área adaptada al diseño, recoge las condiciones de salida del compresor tras aplicar sus factores correspondientes.
- **Punto 3 - Volumen de compresor:** Recoge el efecto transitorio del compresor. Gracias al mismo, se podrá estudiar la dependencia temporal de la presión, temperatura y masa dentro del compresor cuando se aplican actuaciones sobre elementos de control. Su diseño geométrico (determinado a través de la variable volumen) vendrá dado por diseños encontrados en bibliografía.
- **Punto 4 - Válvula de conexión:** La conexión entre los dos volúmenes se hace a través de una válvula. El diseño de esta válvula está sujeto a un Mach máximo restringido de 0,4 o 0,5. Mediante este componente, se conseguirá la interacción entre los volúmenes a través del gasto circulante.
- **Punto 5 - Plenum:** Este es el volumen de descarga del compresor. El valor de este volumen es estimativo y está sujeto a ser parte de análisis paramétrico.
- **Punto 6 - Válvula de regulación:** Esta válvula permite regular la salida de gasto modificando el área de paso y puede llegar a condiciones de bloqueo. Representa una regulación en las condiciones de salida del compresor, siendo una variable de control cuya actuación determinará el cambio de condiciones para uno de los casos de estudio de transitorio.

La interconexión de estos componentes hace posible un estudio en el tiempo de las características del compresor y las variables principales de cada uno de los mismos.

Con este modelo simple se pretende representar la operación transitoria del compresor. Esto se consigue a través del volumen situado en el punto 3, ya que se podrán representar (si el modelo es suficientemente realista) los efectos en el volumen fluido interior al compresor. El conducto que une el compresor con este volumen constituye simplemente una herramienta matemática que permite la conexión entre ambos módulos y su dimensionamiento vendrá dado por las condiciones de operación del compresor.

Para conseguir este estudio, sobre el sistema se introducirán perturbaciones en elementos de control que, como ya se han mencionado se harán actuando sobre: el **motor** que regulará la velocidad de giro del compresor y la **válvula de salida del plenum**, con la que se regulará el gasto circulante por el sistema completo.



## **Parte I**

# **MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA**



## 2 Modelo capacitivo de la evolución del flujo

---

Con objeto de comprender en su totalidad y detalladamente el modelo matemático de compresor que se implementará, en este capítulo se van a detallar las diferentes partes que integran el mismo. No solo se hablará de las distintas unidades básicas de las que se compone el modelo, si no también del fluido de trabajo que circula por el compresor, dado que es otra parte fundamental del análisis. Para ello se tomarán datos experimentales por un lado para modelar su composición, y para hallar las distintas propiedades y magnitudes termodinámicas se tomarán fórmulas empíricas de tipo polinómico que facilitarán en enorme medida la integración de esas magnitudes y el estudio de su evolución con el tiempo.

En lo que respecta a las unidades básicas del modelo, se empezará definiendo los distintos conductos y válvulas usadas en el estudio, detallando las ecuaciones que las gobiernan derivadas del tipo de flujo que se sigue en ellas. Se seguirá con los volúmenes de control, cuyas ecuaciones también se detallarán. Se terminará con el componente principal del modelo: el compresor, los mapas y ecuaciones que lo gobiernan.

## 2.1 Fluido de trabajo

Dado que en la vida normal de un compresor estos trabajan con aire mayoritariamente, el estudio se ha realizado tomando como fluido de trabajo **Aire Seco**. Dado que la humedad varía según la altura, la zona del planeta y el día del ensayo, la inclusión de la humedad en el estudio excede el alcance de este trabajo.

Dado que el aire se compone a su vez de varios gases es necesario disponer de datos experimentales que permitan modelar las distintas magnitudes termodinámicas que se usarán más adelante. Estas se obtendrán de **expresiones polinómicas dependientes de la temperatura**. Se usarán ecuaciones para calcular: la *Capacidad Calorífica de cada gas a presión constante*,  $C_{P,i}$ , la *Entalpía estática específica de cada gas*,  $h_i$  y la *Entropía específica de cada gas*,  $S_i$ , siendo  $i$  cada gas que compone el aire. Con ellas se obtendrán valores para cada valor de la temperatura.

Las expresiones de cada una de ellas son las siguientes:

$$\frac{C_{P,i}}{R} = a_{i1} + a_{i2}T + a_{i3}T^2 + a_{i4}T^3 + a_{i5}T^4 \quad (2.1)$$

$$\frac{h_i}{RT} = a_{i1} + \frac{a_{i2}}{2}T + \frac{a_{i3}}{3}T^2 + \frac{a_{i4}}{4}T^3 + \frac{a_{i5}}{5}T^4 + \frac{a_{i6}}{T} \quad (2.2)$$

$$\frac{S_i}{R} = a_{i1} \ln T + a_{i2}T + \frac{a_{i3}}{2}T^2 + \frac{a_{i4}}{3}T^3 + \frac{a_{i5}}{4}T^4 + a_{i7} \quad (2.3)$$

Donde  $C_p$  tiene unidades de  $[kJ/kmolK]$ ,  $h_i$  se mide en  $[kJ/kmol]$  y  $R$  es la constante de los gases:  $R = 8.3143 kJ/kmolK$ . A su vez para la temperatura  $T$  y las demás magnitudes se usarán unidades del Sistema Internacional.

Como se puede apreciar, todas dependen de unos coeficientes  $a_{ij}$  que son experimentales, siendo  $i$  el gas y  $j$  el tipo de coeficiente correspondiente. Dichos coeficientes vienen recogidos en la siguiente tabla:

Coefficients for species thermodynamic properties								
Species	T range, K	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$a_{i4}$	$a_{i5}$	$a_{i6}$	$a_{i7}$
CO <sub>2</sub>	1000–5000	0.44608(+1)	0.30982(–2)	–0.12393(–5)	0.22741(–9)	–0.15526(–13)	–0.48961(+5)	–0.98636(0)
	300–1000	0.24008(+1)	0.87351(–2)	–0.66071(–5)	0.20022(–8)	0.63274(–15)	–0.48378(+5)	0.96951(+1)
H <sub>2</sub> O	1000–5000	0.27168(+1)	0.29451(–2)	–0.80224(–6)	0.10227(–9)	–0.48472(–14)	–0.29906(+5)	0.66306(+1)
	300–1000	0.40701(+1)	–0.11084(–2)	0.41521(–5)	–0.29637(–8)	0.80702(–12)	–0.30280(+5)	–0.32270(0)
CO	1000–5000	0.29841(+1)	0.14891(–2)	–0.57900(–6)	0.10365(–9)	–0.69354(–14)	–0.14245(+5)	0.63479(+1)
	300–1000	0.37101(+1)	–0.16191(–2)	0.36924(–5)	–0.20320(–8)	0.23953(–12)	–0.14356(+5)	0.29555(+1)
H <sub>2</sub>	1000–5000	0.31002(+1)	0.51119(–3)	0.52644(–7)	–0.34910(–10)	0.36945(–14)	–0.87738(+3)	–0.19629(+1)
	300–1000	0.30574(+1)	0.26765(–2)	–0.58099(–5)	0.55210(–8)	–0.18123(–11)	–0.98890(+3)	–0.22997(+1)
O <sub>2</sub>	1000–5000	0.36220(+1)	0.73618(–3)	–0.19652(–6)	0.36202(–10)	–0.28946(–14)	–0.12020(+4)	0.36151(+1)
	300–1000	0.36256(+1)	–0.18782(–2)	0.70555(–5)	–0.67635(–8)	0.21556(–11)	–0.10475(+4)	0.43053(+1)
N <sub>2</sub>	1000–5000	0.28963(+1)	0.15155(–2)	–0.57235(–6)	0.99807(–10)	–0.65224(–14)	–0.90586(+3)	0.61615(+1)
	300–1000	0.36748(+1)	–0.12082(–2)	0.23240(–5)	–0.63218(–9)	–0.22577(–12)	–0.10612(+4)	0.23580(+1)
OH	1000–5000	0.29106(+1)	0.95932(–3)	–0.19442(–6)	0.13757(–10)	0.14225(–15)	0.39354(+4)	0.54423(+1)
NO	1000–5000	0.31890(+1)	0.13382(–2)	–0.52899(–6)	0.95919(–10)	–0.64848(–14)	0.98283(+4)	0.67458(+1)
O	1000–5000	0.25421(+1)	–0.27551(–4)	–0.31028(–8)	0.45511(–11)	–0.43681(–15)	0.29231(+5)	0.49203(+1)
H	1000–5000	0.25(+1)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25472(+5)	–0.46012(0)
Source: NASA Equilibrium Code. <sup>9</sup>								
Ar	300–5000	2.50003	–4.08999(–18)	1.01867(–20)	–1.0853(–23)	4.19052(–27)	–7.45384(2)	4.39173

**Figura 2.1** Coeficientes de propiedades termodinámicas para distintos gases.



Es necesario detallar que las condiciones estándar para el estudio de los gases son:

$$T_{ref} = 298.15K, P_{ref} = 100kPa$$

Antes de continuar, hay que tener en cuenta que estos coeficientes se refieren a gases que están presentes en el aire en determinadas proporciones. Aunque en el aire hay una gran cantidad de gases, en el presente trabajo solo se tendrán en cuenta los siguientes, en las distintas fracciones en volumen que se detallan:

**Tabla 2.1** Gases en el aire y sus fracciones molares.

Gas	Fracción en volumen
Nitrógeno	78.084 %
Oxígeno	20.946 %
Argón	0.934 %
Dióxido de Carbono	$3.5 \cdot 10^{-2}$ %
Hidrógeno	$5.5 \cdot 10^{-5}$ %

Con todo esto, ya se pueden calcular algunas magnitudes más importantes para cada valor de T, como puede ser la entalpía:

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T C_P(T) dT \quad (2.4)$$

O la relación entre presión de remanso y estática:

$$P_r = \exp\left(\frac{\Phi - \Phi_0}{R}\right) \quad (2.5)$$

donde  $\Phi$  se expresa según:

$$\Phi(T) = \int_{T_{ref}}^T \frac{C_P(T)}{T} dT \quad (2.6)$$

El resto de magnitudes se pueden obtener para cualquier proceso a partir de la Relación De Gibbs:

$$T dS = dh - v dp \quad (2.7)$$

Si se particulariza para un proceso isentrópico, se pueden obtener la presión estática y de remanso entre 2 estados como:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = R \ln \frac{p_2}{p_1} \rightarrow \frac{p_2}{p_1} \Big|_{scte} = \frac{Pr_2}{Pr_1} \quad (2.8)$$

con 1 y 2 los estados inicial y final de un determinado sistema termodinámico.

Para cerrar el problema es necesaria también la ecuación de estado de los gases. Se supondrá que los gases que se estudiarán son ideales, por lo que la ecuación es:

$$P = \rho RT \quad (2.9)$$

De esta forma, queda el fluido de trabajo totalmente definido y particularizado para la temperatura que se esté estudiando. Las variables termodinámicas que aquí se definen serán utilizadas en cálculos posteriores, obteniendo una evolución del fluido dependiente de la temperatura que se considere.

## 2.2 Válvulas y conducto

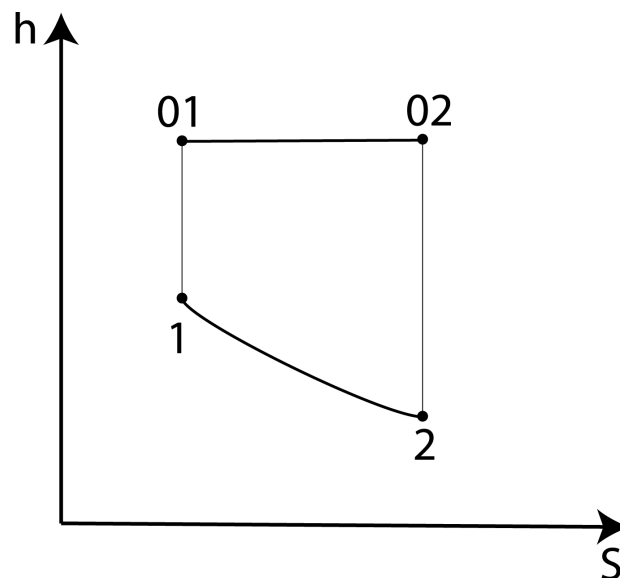
Las válvulas constituyen el elemento conector entre componentes. Como se puede observar en el esquema, existen dos válvulas físicas: Una situada en el punto 4 (que conecta el volumen del compresor con el plenum) y otra que funciona como salida del sistema, en el punto 6.

También, dadas las simplificaciones tomadas, el punto 2 que constituye el conducto que une el compresor con el primer volumen **será modelado con las mismas ecuaciones que rigen el movimiento a través de las válvulas**, por lo que se tratará de igual forma en este apartado.

Como modelo físico que describa el movimiento a través de la válvula se ha elegido un estrangulamiento en la sección de paso del fluido. La utilización de este modelo de válvula no es más que una simplificación matemática representativa de la evolución de las variables a través de este elemento.

El modelo es representativo de la realidad, ya que ha sido utilizado en muchos estudios de movimiento de gases y su paso a través de conductos y válvulas. En esencia, se trata de una tobera convergente con una única variable de diseño: este es la **sección de garganta** (que será un parámetro crítico en el dimensionamiento del sistema).

La variación de los parámetros es similar al paso a través de un difusor y es perfectamente representable a través de un diagrama h-s:



**Figura 2.2** Diagrama del proceso real del flujo a través de la válvula.

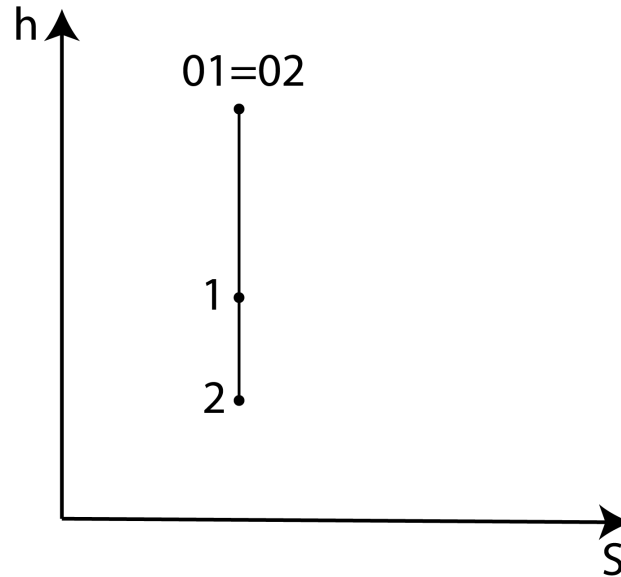
Donde los puntos 1 y 2 se corresponden a la entrada y salida de la válvula respectivamente. Como se observa en la figura, existe una **disminución en las presiones**, tanto de remanso (correspondientes a los puntos 01 y 02) como estáticas (correspondientes a los puntos 1 y 2 del esquema). En cuanto a la entalpía, se observa que se produce una disminución en las variables estáticas, pero al ser un proceso sin adición de calor, la entalpía de remanso se conservará. Esta entalpía se relaciona con la temperatura del fluido a través de la ecuación (2.4) y, por lo tanto, cualquier variación en la entalpía conlleva una variación en la temperatura en el mismo sentido.

La diferencia de la entalpía de remanso con la estática proporciona la velocidad del fluido en ese punto, esto está representado en el diagrama a través de la distancia vertical que separa los puntos

de remanso y estático.

$$h_0 = h + \frac{C^2}{2} \quad (2.10)$$

Como a continuación se explicará, este proceso se simplificará a uno isentrópico con una penalización en el gasto circulante. Este efecto estará dado por un factor  $C_d$ , quedando un proceso isentrópico representado en la figura:



**Figura 2.3** Diagrama del proceso isoentrópico del flujo a través de la válvula.

### 2.2.1 Coeficiente de descarga: $C_d$

Un modelo real del paso del flujo por una estrangulación producida por una válvula debe tener en cuenta las irreversibilidades propias del proceso. No obstante, para simplificar su estudio, se suele recurrir a un modelo isentrópico añadiendo un coeficiente al valor del gasto circulante.

Este coeficiente relacionará el gasto que se tiene realmente en la garganta de tobera con el gasto del modelo isentrópico ideal:  $C_d = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{ideal}}$ . Está relacionado con el coeficiente de carga a través de la ecuación:

$$K = \frac{1}{C_d^2}$$

El valor de este parámetro, es altamente dependiente de las características del fluido (viscosidad, velocidad del flujo,...) y de las características geométricas de la válvula. Dada la complejidad del modelo, se utilizará un valor representativo constante sin depender de las características mencionadas. El valor ha sido extraído a partir de la bibliografía encontrada: [7] [5], [4].

$$C_d = 0.87$$

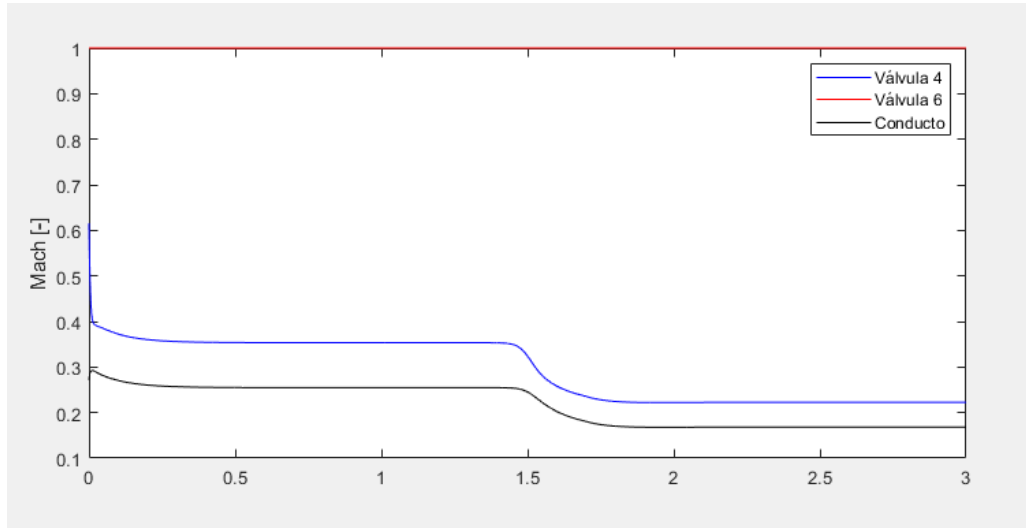
### 2.2.2 Diseño de válvulas. Restricciones físicas y consideraciones

La única variable libre de diseño es el área de garganta del modelo representativo. No obstante, en el dimensionamiento del sistema hay que tener en cuenta dos restricciones. Una de ellas relacionada con las condiciones que debe cumplir el fluido en ese punto para que sea aceptable el modelo, y la segunda relacionada con la determinación del punto de operación del sistema.

- *Válvula 4 limitada en número de Mach en la garganta.* La válvula 4 en nuestro modelo, es la conexión del compresor con el volumen de descarga, por lo que es fundamental que para su correcto funcionamiento, el Mach de salida **en operación estacionaria** esté controlado y su valor entre en el rango:

$$M_{v4}||_{est} < 0.5$$

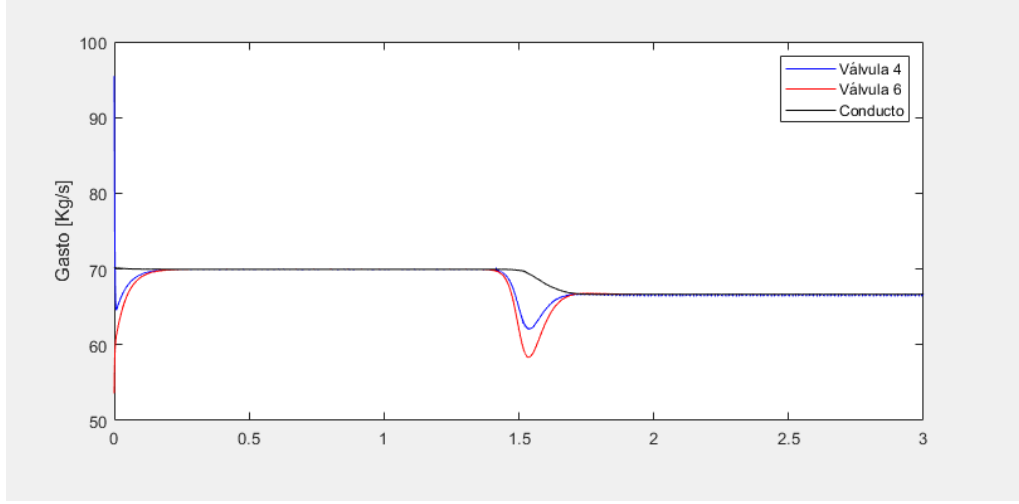
Siendo un Mach de diseño típico de un Compresor de 0.4 - 0.5.



**Figura 2.4** Comprobación de  $M_{v4} < 0.5$ .

Se podrán dar situaciones en las que el Mach de la válvula 4 se salga de esta restricción siempre que se llegue a un estable que la cumpla, si esto no ocurre, se debe redimensionar el sistema para que se cumpla.

- *Punto de diseño a estudiar.* En el modelo que se presenta, el gasto está regulado por las válvulas/conducto que conectan unos elementos con otros. Así pues, si se considera un punto de diseño a estudiar de un gasto  $\dot{m}_c$  solicitado sobre el que se hagan perturbaciones, el sistema completo debe suministrar ese gasto. Esto implica dimensionar el área de paso de cada válvula en torno a este valor **sin olvidar la restricción de Mach anterior**.



**Figura 2.5** Ejemplo de estable a  $\dot{m}_c = 70 \text{ kg/s}$  sobre el que se genera una perturbación.

Como se observa, se parte de un estable con un gasto de 70 kg/s circulante por todo el sistema y al introducir la perturbación se llega a un segundo gasto estable.

### 2.2.3 Ecuaciones del modelo

Como se ha mencionado anteriormente, el flujo a través de una válvula será modelado por el paso por una tobera convergente. Por lo cual, se pueden aplicar las ecuaciones de cálculo de las variables estáticas **en la garganta** (punto 2). Se obtendrán los valores de *Velocidad absoluta*, *Mach*, *Temperatura estática*, *Presión estática* y, por último, el **gasto circulante**.

Por un lado, la expresión del gasto a la salida de la válvula:

$$\dot{m}_2 = \rho_2 C_2 A_2 C_d \quad (2.11)$$

La expresión del Mach en la garganta:

$$M_2 = \frac{C_2}{\sqrt{\frac{C_p(T_2)}{C_p(T_2) - R} R T_2}} \quad (2.12)$$

La entalpía de remanso a la salida; teniendo en cuenta la ecuación 2.4. Esta ecuación se utilizará para el cálculo de la temperatura estática en la garganta.

$$\int_{T_{ref}}^{T_{02}} C_p(T) dT = \int_{T_{ref}}^{T_2} C_p(T) dT + \frac{C_2^2}{2} \quad (2.13)$$

La última de las ecuaciones se obtiene teniendo en cuenta la ecuación 2.7 para un proceso a entropía constante y la ecuación de estado para gases ideales, teniéndose:

$$\int_2^{02} \frac{C_p(T)}{T} dT = \int_2^{02} R \frac{dp}{p} + \frac{C_2^2}{2} \quad (2.14)$$

donde se ha tenido en cuenta:

$$C_p(T) dT = \frac{RT}{p} dp \quad (2.15)$$

Sin embargo, aún queda por establecer la relación que existe en cada estado entre la presión estática y de remanso. Dicha relación viene dada por la expresión:

$$\int_T^{T_0} \frac{C_P(T)}{T} dT = R \ln \frac{P_0}{P} \quad (2.16)$$

que se deriva de la expresión 2.5.

Es momento de explicar que son cada una de las variables que se indican en las expresiones:

- $C$  hace referencia a la Velocidad del flujo.
- $\rho_i$  es la Densidad del flujo en cada estado  $i$ .
- $A_i$  es el área de paso de la válvula en la sección donde se calcule el estado  $i$ .
- $T_2$  hace referencia a la Temperatura Estática de salida del flujo.
- $P$  y  $P_0$  son las presiones estática y de remanso de cada estado.
- $C_d$  es el coeficiente de descarga

La resolución del proceso a través de las válvulas difiere según si el flujo a la salida, que en adelante se supondrá la garganta del conducto es adaptado o se produce el bloqueo sónico. A continuación se van a presentar los procedimientos de resolución según cada caso:

### Flujo adaptado

En principio todas las válvulas del modelo podrán presentar esta situación, aunque dependiendo de la evolución temporal puedan llegar a bloquearse o no.

Los datos de partida para afrontar la resolución son: Temperatura y Presión de remanso en la garganta:  $T_0$ ,  $P_0$ , presión estática en la garganta:  $P$ , y área de garganta. El procedimiento para calcular la velocidad de salida de gases  $C$ , el Mach de salida  $M$ , el Gasto  $\dot{m}$  y la Temperatura estática  $T$ , es secuencial:

Se empieza calculando la temperatura estática a partir de la temperatura de remanso y de la relación entre presión de remanso y estática, con la expresión 2.16, y a continuación, la velocidad de salida de gases a partir de la ecuación 2.13:

$$C = \sqrt{\left[ \int_{T_{ref}}^{T_0} C_P(T) - \int_{T_{ref}}^T C_P(T) \right]} \quad (2.17)$$

El Mach de salida es fácil obtenible a partir de la expresión 2.12:

$$M = \frac{C}{\sqrt{RT \frac{C_P(T)}{C_P(T)-R}}} \quad (2.18)$$

Por último, el gasto de salida se obtiene con la ecuación 2.11:

$$\dot{m} = C_d \frac{P}{RT} A \quad (2.19)$$

Estas ecuaciones resuelven el paso del fluido por la válvula, no obstante, no se contempla el caso en el que la válvula llega a condiciones de bloqueo. Entonces, a diferencia de este procedimiento, la presión en la garganta deja de ser la presión de remanso en la descarga a ser desconocida, imponiéndose  $M = 1$ .

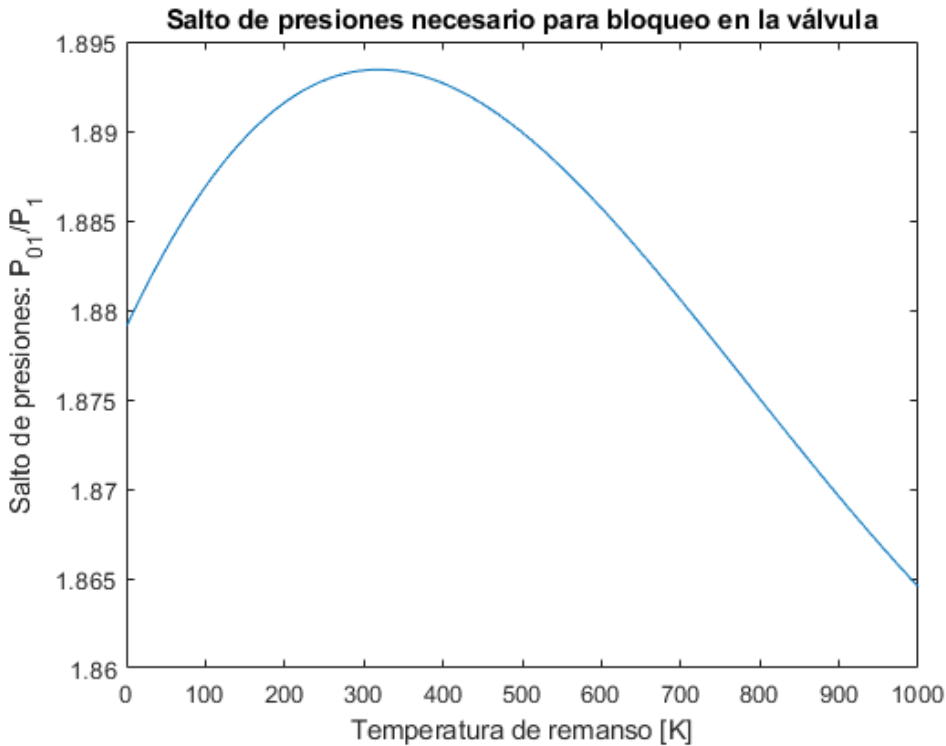
### Flujo bloqueado

Es posible que en la operación del compresor algunas de las válvulas puedan bloquearse. De hecho en algunos casos se buscará que se bloqueen para poder analizar como opera el compresor en ese caso. Salvo la válvula que comunica los dos volúmenes, el resto podrán llegar a esta situación, cuya resolución no es secuencial. Los datos de partida para resolver el flujo son: la Temperatura y Presión de remanso,  $T_0$  y  $P_0$ , el área de garganta,  $A$ , y el Mach de salida de gases,  $M$ , que por tratarse de un flujo bloqueado se sabe que unidad. Sabiendo esto se llega a un sistema de ecuaciones algebraico no lineal cuyas ecuaciones están acopladas entre sí:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = \frac{C}{\sqrt{RT \frac{C_P(T)}{C_P(T) - R}}} \\ \frac{C^2}{2} = \int_{T_{ref}}^{T_0} C_P(T) dT - \int_{T_{ref}}^T C_P(T) dT \\ R \ln \frac{P_0}{P} = \int_{T_{ref}}^{T_0} \frac{C_P(T)}{T} dT - \int_{T_{ref}}^T \frac{C_P(T)}{T} dT \end{array} \right. \quad (2.20)$$

de donde se obtiene la velocidad  $C$ , y la presión y temperaturas estáticas:  $P$  y  $T$ . El gasto se calcula nuevamente con la ecuación 2.19, de manera similar al caso anterior.

Es relativamente sencillo que se alcancen las condiciones de bloqueo en una válvula, ello sólo depende de dos magnitudes características del flujo: La relación de presiones antes y después de la válvula  $\frac{P_{01}}{P_{02}}$  y la temperatura de remanso de donde proviene el fluido  $T_{01}$ .



**Figura 2.6** Variables que determinan las condiciones de bloqueo.

Como se observa, el salto de presiones para que se produzca un bloqueo se encuentra en el rango de  $[1.8 - 1.9]$ .

Todas estas magnitudes se pueden representar frente al tiempo, de manera que es perfectamente posible observar su evolución.

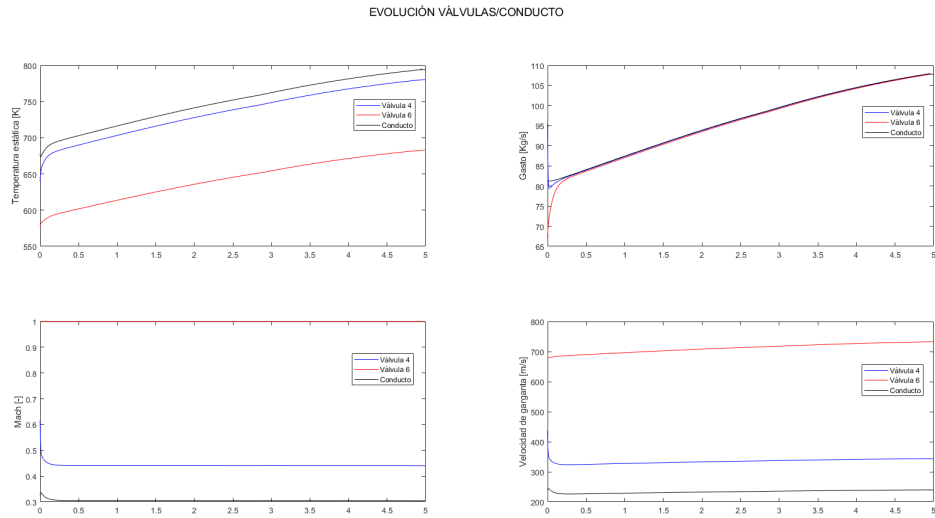
A modo de ejemplo, se presentan la evolución de la Temperatura estática, el Gasto, el Mach y la Velocidad de salida de gases para las válvulas cuyas áreas de garganta son:

- Conducto compresor(2):  $A_2=0.166 \text{ m}^2$
- Válvula unión volúmenes(4):  $A_4=0.13 \text{ m}^2$
- Válvula control(6):  $A_6=0.1 \text{ m}^2$

A su vez los volúmenes tienen las siguientes características:

- Volumen de compresor:  $V = 0.8 \text{ m}^3$ ,  $P_{ini} = 90 \text{ kPa}$ ,  $T_{ini} = 685 \text{ K}$ .
- Volumen de descarga (plenum):  $V = 2 \text{ m}^3$ ,  $P_{ini} = 70 \text{ kPa}$ ,  $T_{ini} = 685 \text{ K}$ .

Con todas las consideraciones y la aplicación de las ecuaciones al modelo matemático se pretende obtener una evolución de las variables de cada uno de los elementos que se comportan físicamente como se ha descrito de la siguiente forma.



**Figura 2.7** Evolución temporal obtenida de las válvulas y conducto.

donde la evolución se ha obtenido para un estudio de velocidad de giro variable del compresor.

Como se puede apreciar, la salida del flujo al exterior es en todo momento supersónica, aspecto que se ha tenido en cuenta anteriormente.



## 2.3 Volúmenes de trabajo

A continuación se van a mostrar los componentes fundamentales para implementar el modelo transitorio del compresor. Son estos volúmenes los que permiten implementar el régimen transitorio en el modelo y a su vez son pieza fundamental en los ensayos físicos en laboratorios.

En el modelo se van a usar dos volúmenes de control: uno asociado al volumen del compresor, que simulará la acumulación de aire dentro del mismo; y otro mayor de descarga del compresor, el plenum, cuya misión es recrear los componentes aguas abajo del compresor si este estuviera inserto dentro de un motor real. De esta manera no es necesario tener disponible el aerorreactor para estudiar un compresor, sino que con materiales más versátiles y sencillos se puede conseguir el mismo efecto.

Ambos volúmenes son adiabáticos, rígidos y la presión, temperatura y masa dentro de ellos se considerarán uniformes en su interior (**no hay estratificación**).

### 2.3.1 Dimensionamiento de los volúmenes

Este valor determina la cantidad de fluido que habrá dentro de cada volumen, influyendo directamente en las ecuaciones que se consideran. Por ello, para realizar un análisis que se acerque a la realidad se ha recurrido a valores encontrados en la literatura de estudios similares.

- *Volumen del compresor*: Este valor está relacionado directamente con el compresor concreto que se está analizando. Dado que este componente representa el volumen de aire interior al compresor, el valor es **intrínseco al modelo de compresor que se quiera utilizar**. El valor que se ha estimado a partir de dimensiones de compresores axiales de aviación y estudios de simulación de compresores ha sido:

$$V_{comp} = 0.8 \text{ m}^3$$

- *Volumen del plenum*: Al tratarse del volumen de descarga del compresor, su valor es más libre, teniendo en cuenta que debe ser considerablemente mayor. Si bien este dimensionamiento será fijo al estudiar una evolución temporal está sujeto a ser parte de un estudio paramétrico. El valor con el que se realizarán los primeros análisis ha sido:

$$V_{plenum} = 2 \text{ m}^3$$

### 2.3.2 Ecuaciones del modelo

El flujo dentro del compresor estará gobernado por 3 ecuaciones diferenciales acopladas entre ellas: la *ecuación de Estado del gas*, en su forma diferencial, el *Primer Principio de la Termodinámica* y la *ecuación de la continuidad*. La integración temporal de todas ellas dará la evolución de la temperatura  $T$ , la presión  $P$  y la masa  $m$  dentro del volumen, que serán variables de salida del volumen y del modelo.

**Ecuación de estado** y su forma diferencial:

$$P = \rho RT \quad (2.21)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R}{V} \left( T \frac{dm}{dt} + m \frac{dT}{dt} \right) \quad (2.22)$$

**Primer Principio de la Termodinámica** aplicado al volumen:

$$\frac{dm}{dt} [u(T) - u_{ref}] + mC_V(T) \frac{dT}{dt} = G_{in} \left( h_{in} + \frac{C_{in}^2}{2} \right) - G_{out} \left( h_{out} + \frac{C_{out}^2}{2} \right) \quad (2.23)$$

Siendo:

$$u(T) - u_{ref} = \int_{T_{ref}}^T C_V(T) dT = \int_{T_{ref}}^T C_P(T) dT - R(T - T_{ref})$$

$$h_{out} = \int_0^{T_{out}} C_P(T) dT \quad h_{in} = \int_0^{T_{in}} C_P(T) dT$$

La tercera ecuación diferencial es la **Ecuación de la continuidad** de Navier-Stokes:

$$\frac{dm}{dt} = G_{in} - G_{out} \quad (2.24)$$

donde los subíndices *in* se refieren a la entrada al volumen y *out* a la salida, y G se refiere a Gasto. Se trabajará teniendo en cuenta que los volúmenes solo tienen una entrada y una salida.

Respecto al mayor de los volúmenes (plenum), las ecuaciones que lo gobiernan son las mismas. Su misión es imitar al resto del motor cuando el compresor está integrado en él.

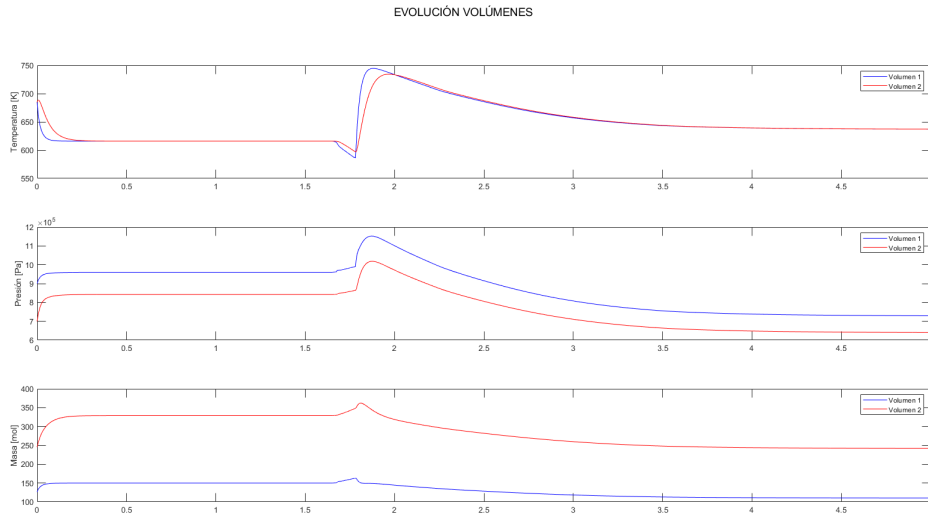
A priori, dado que es un modelo capacitivo y se considera que los volúmenes no sufren de estratificación, la **ecuación del momentum de Navier-Stokes** no se aplicará en el modelo.

A modo de ejemplo de lo que se está hablando, se presenta la evolución de la Temperatura, presión y masa dentro de cada volumen, para el caso en el que el volumen de compresor tenga una capacidad  $V_{compresor} = 0.8 \text{ m}^3$ , y el volumen de plenum,  $V_{plenum} = 2 \text{ m}^3$ , con valores iniciales de T y P:

- V. Compresor:  $T_{ini} = 685 \text{ K}$ ,  $P_{ini} = 9 \text{ bar}$
- V. Plenum:  $T_{ini} = 685 \text{ K}$ ,  $P_{ini} = 7 \text{ bar}$

La masa inicial se calcula según la ecuación 2.21.

La respuesta del compresor obtenida en este caso se presenta a continuación, donde se ha aplicado un aumento a la velocidad de giro del compresor a partir del instante  $t=1,5$  segundos:



**Figura 2.8** Evolución temporal obtenida de los volúmenes de trabajo.

Como se observa, el modelo responde ante las perturbaciones de manera satisfactoria, aportando los valores de masa, temperatura y presión en ambos depósitos. Los cuales, al considerarse homogéneos, tendrán un sólo valor de cada magnitud en todo el volumen.

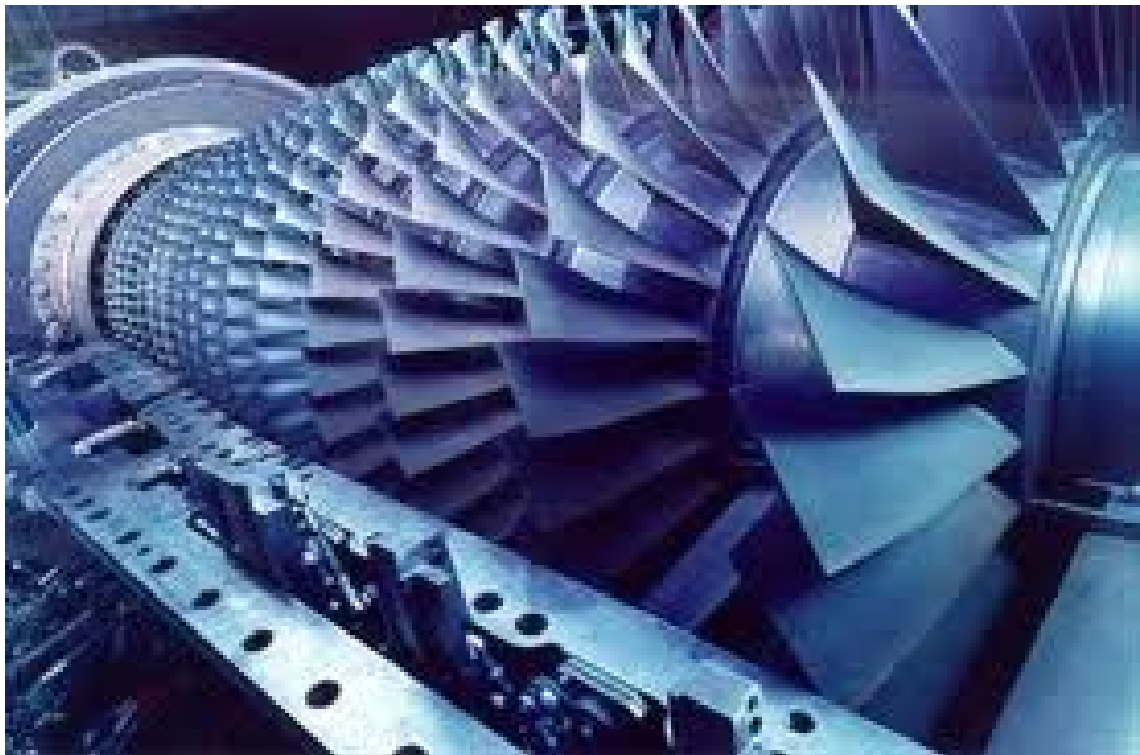
## 2.4 Compresor

El compresor es el componente principal del modelo y el objeto de estudio del presente análisis. La caracterización del compresor vendrá dada por el mapa del mismo que está definido a través de unas tablas que se pueden visualizar en el Anexo A: **Tablas de compresores**.

### 2.4.1 Descripción

En esencia, los compresores axiales son un tipo especial de **turbomaquinaria**, cuya función es la de aumentar la presión del flujo de aire entrante de forma continua y en dirección axial, es decir, paralela al eje de rotación. De esta forma los procesos que ocurren en las etapas siguientes al compresor, como podrían ser la combustión de un fluido o la extracción de potencia, se pueden llevar a cabo de forma más eficaz.

Los compresores axiales son una parte integral del diseño de grandes turbinas de gas como los motores de aviación, motores de barcos de alta velocidad y estaciones de potencia de pequeña escala. También se usan en aplicaciones industriales como en plantas donde se deban separar grandes volúmenes de aire, aire de altos hornos, craqueo catalítico, y deshidrogenación de propano. Por ello, se hace necesario un estudio de sus características y funcionamiento.



**Figura 2.9** Compresor axial genérico.

En turbomáquinas como aerorreactores utilizados en aviación, el compresor axial es un elemento asociado a la adición de energía al fluido. Esto se consigue aumentando la presión del mismo mediante el giro de un eje asociado a unos álabes cuya geometría hace que se aumente la presión y disminuya la velocidad (**rótor**). Este giro unido al paso a través de unos álabes estáticos que hacen



En el modelo de estudio de este proyecto, compresor determina la evolución del fluido entre los puntos 1 y 2 a través de la relación de compresión  $\pi_c$  y su rendimiento  $\eta_c$ . De esta forma, se obtiene la evolución de las variables presión de remanso  $P_0$  y Temperatura de remanso  $T_0$ , y mediante un conducto con área representativa a la salida de este módulo, se obtiene el gasto circulante por el compresor  $\dot{m}_C$ .

En los consiguientes apartados se pretende dar una explicación más detallada de la forma con la que se trata este componente en el modelo.

### 2.4.2 Caracterización del compresor: Tablas y mapas

Un mapa de compresor es un gráfico creado para un compresor en un motor de turbina de gas. Los mapas completos se basan en los resultados de las pruebas del equipo del compresor o se predicen mediante un programa informático especial. El estudio presente hace uso de los mapas ya creados empíricamente y no se indaga sobre la obtención del mismo.

Los mapas de compresores son una parte integral de la predicción del rendimiento de un motor de turbina de gas, tanto en condiciones de diseño como fuera de diseño. Los fans y las turbinas también tienen mapas de funcionamiento, aunque estos últimos son significativamente diferentes en apariencia a los de los compresores.

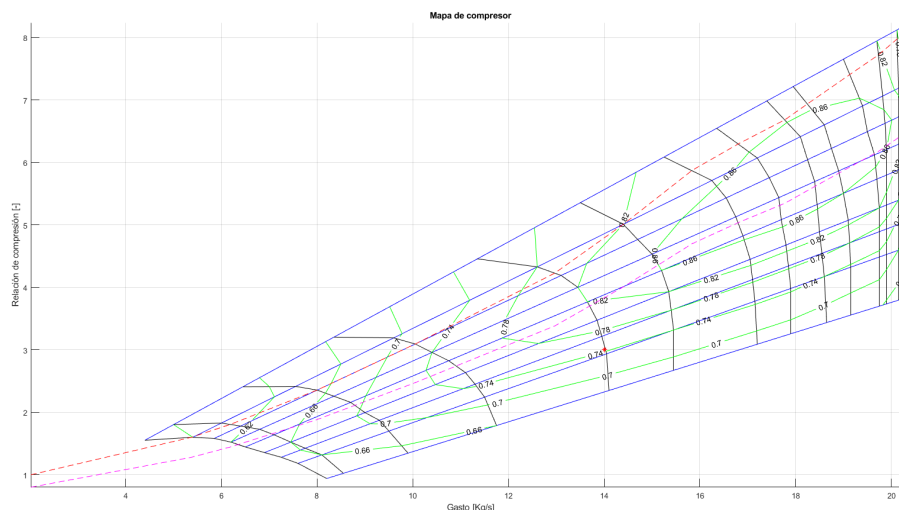


Figura 2.12 Mapa de compresor típico.

La información que se muestra en el mapa es la siguiente:

- **Eje de flujo:** En el eje de abscisas se muestra el gasto circulante por el compresor.
- **Eje de relación de compresión:** En el eje de abscisas se presenta la relación de presión de remanso:  $P_{02}/P_{01}$
- **Líneas de velocidad de giro constante:** Las líneas curvas, casi verticales representan diferentes velocidades de giro del compresor.
- **Líneas de  $\beta$  constante:** El parámetro  $\beta$  no tiene sentido físico, pero sí se puede establecer una relación entre los parámetros para representar el mapa del compresor. De esta forma, se obtienen las líneas de tono azul que van de menor a mayor gasto.

- **Línea de bombeo:** Como se explicará en el apartado correspondiente, el bombeo es un límite de operabilidad del compresor y está representado con la línea discontinua roja.
- **Margen de seguridad línea de bombeo:** Se traza una línea de seguridad por la que es posible indicar si las condiciones en las que se encuentra el compresor están cerca de la línea de surge/bombeo. Se trata de la línea discontinua rosa.
- **Líneas de nivel de rendimiento:** Mediante estas líneas de color verde se puede obtener el rendimiento del compresor para cualquier punto de operación dentro del mapa.
- **Punto de operación del compresor:** Indica el punto en el que se encuentra la operación del compresor. Se marca con un punto en forma de asterisco rojo. En el mapa de la figura ??, por ejemplo, se encuentra en el punto  $\dot{m} = 14$  y  $\pi_c = 3$ .
- Durante el análisis se mostrará también una línea azul gruesa que indicará la evolución de las condiciones del compresor.

Como se observa, el mapa es una característica fundamental en el compresor y será el elemento que proporcione el punto de operación temporal del compresor en el sistema.

La variedad en diseños y formas de compresores se representa en su caracterización en el mapa. A continuación se muestra unos mapas de otros compresores.

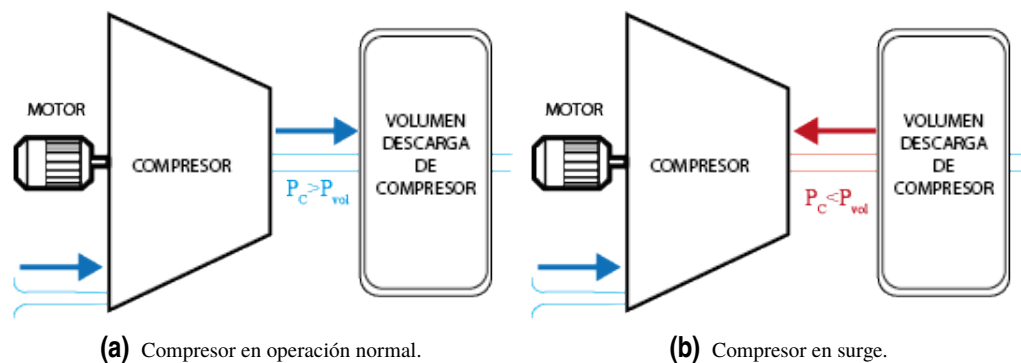




de tal forma que si se quiere alcanzar una relación de compresión mayor, se debe aumentar la velocidad de giro del compresor.

### 2.4.3 Efecto del bombeo

Cuando la condición operativa del compresor llega a línea antes definida como **línea de surge**, el comportamiento del fluido es inestable y deja de ser predictivo. Existen muchas definiciones sobre este efecto, pero mayoritariamente, coinciden en que este efecto ocurre cuando el gas que se está comprimiendo contiene igual o mayor energía que la que le aporta el propio compresor. Como resultado, el gas se expande rápidamente en una dirección anormal de regreso a través del compresor. Más información sobre el bombeo puede obtenerse en [2].



**Figura 2.14** Esquema de flujo en operación normal/surge.

La anterior figura esquematiza el efecto de bombeo. Si bien en una operación normal del mismo, la presión del elemento al que descarga el compresor es menor que la de la propia descarga, en bombeo el elemento posterior al compresor alcanza una presión superior a la descarga del compresor, haciendo que el fluido se canalice de vuelta al interior del compresor.

Una vez que la energía del gas en el volumen asociado con la descarga del compresor se disipa fluyendo de regreso a la succión del compresor, el funcionamiento del compresor vuelve a la normalidad, pero si no se toman medidas preventivas, el compresor vuelve a caer en surge. Como resultado, **el bombeo que no se cancela, se convierte en un evento cíclico**, cuya frecuencia depende del diseño del compresor y los volúmenes del sistema (normalmente, los tiempos de ciclo de bombeo son de 1 a 5 segundos para compresores centrífugos y 3-20 seg, para compresores axiales).

Las consecuencias del bombeo son:

- Anulación completa y reversión del diseño de equilibrado del compresor, en el que se generan cargas anormalmente altas, tanto en los cojinetes (especialmente los cojinetes de empuje) como las sellaciones;
- Niveles de vibración excepcionalmente altos; aumento rápido de la temperatura interna del gas y, en consecuencia, aumento de la temperatura interna del compresor;
- Incapacidad para satisfacer las demandas de flujo y presión del proceso.

Para la mayoría de los compresores modernos, la sobrecarga es un evento altamente dañino, a veces destructivo. El grado de daño a los compresores durante este efecto varía según el diseño y la aplicación. Se debe evitar el funcionamiento del compresor en zonas cercanas a esta línea y se

debe detener inmediatamente un evento de bombeo que potencialmente puede llegar o ha llegado a convertirse cíclico.

#### 2.4.4 Punto de diseño: Escalado de mapa

Para el estudio de puntos de diseño reales que no encajan con las tablas y mapas definidos se utilizan unos factores de escalado. Estos permiten transformar el rango de parámetros y variables para que el punto de diseño de operación del motor encajen en el mapa.

Los factores de escalado se han definido como sigue:

$$\text{F.E de Relación de Compresión} = \frac{\pi_c \text{ nuevo} - 1}{\pi_c \text{ generalizado} - 1} \quad (2.25)$$

$$\text{F.E de gasto corregido} = \frac{\dot{m}_c \text{ nuevo ciclo}}{\dot{m}_c \text{ ciclo generalizado}} \quad (2.26)$$

$$\text{F.E de Rendimiento} = \frac{\eta_{\text{nuevo}}}{\eta_{\text{generalizado}}} \quad (2.27)$$

Para cada punto de diseño estudiado existirá unos factores de escalado adecuados. Por lo que se detallarán los valores concretos cuando sea necesario.

#### 2.4.5 Variables de control

El funcionamiento del compresor dentro del sistema viene determinado a partir de sus tres variables principales:  $\pi_C$ ,  $\eta_C$  y  $\dot{m}_C$ . De esta forma, se obtiene el punto de operación en cada momento resolviendo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \pi_C &= f_{C\pi}(\beta_C, N_C) \\ \eta_C &= f_{Cn}(\beta_C, N_C) \\ \dot{m}_C &= f_{Cm}(\beta_C, N_C) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Las variables introducidas se corregirán cuando proceda de la siguiente forma:

Números adimensionales

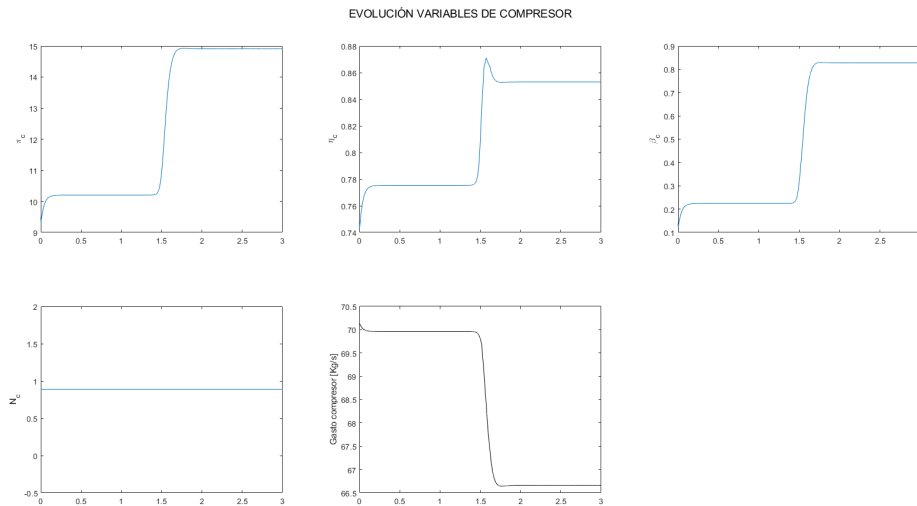
$$\begin{aligned} N_C &= \frac{N/N_{\text{ref}}}{\sqrt{T/T_{\text{ref}}} \sqrt{\gamma_{\text{ref}} R/R_{\text{ref}}}} & \gamma_{\text{ref}} &= 1,4 \\ & & R_{\text{ref}} &= 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \\ & & N_{\text{ref}} &= \text{elegida para cada mapa} \\ \dot{m}_C &= \dot{m} \frac{\sqrt{T/T_{\text{ref}}}}{P/P_{\text{ref}}} \frac{\sqrt{R\gamma_{\text{ref}}}}{\sqrt{R_{\text{ref}}\gamma}} & P_{\text{ref}} &= 1\text{bar} \\ & & T_{\text{ref}} &= 298\text{K} \end{aligned}$$

La resolución de este sistema se hace contemplando los componentes contiguos, para ello, se necesitan las condiciones de presión y temperatura de remanso de entrada, y la **compatibilización con el conducto de salida a través del gasto**. Una vez se resuelve se consigue la evolución de las variables del fluido después del compresor.

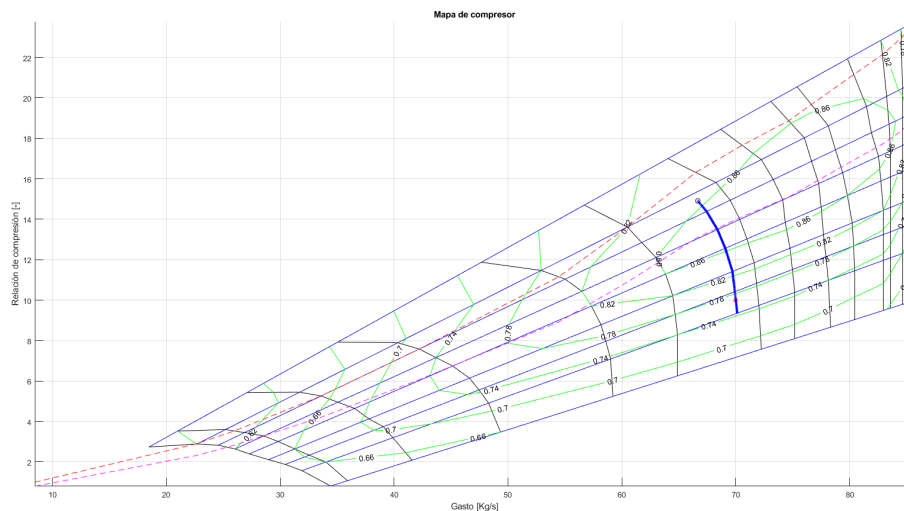
$$P_{02} = \pi_C P_{01} \quad (2.29)$$

$$\eta_C = \frac{\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{T_{02}/T_{01} - 1} \Rightarrow T_{02} = T_{01} \left( 1 + \frac{\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_C} \right) \quad (2.30)$$

La información que se extraerá del compresor en el estudio será la evolución con el tiempo de sus variables y parámetros más fundamentales, así como la evolución del punto de diseño en el mapa del compresor. Un ejemplo de esta evolución es la siguiente:



**Figura 2.15** Ejemplo de la variación de variables del compresor.



**Figura 2.16** Ejemplo de la variación del punto de diseño.

Como se observa en las gráficas, se trata de un proceso a  $N_c$  constante en el cual se ha producido una variación en las condiciones circundantes al compresor, provocando así una variación en los parámetros que definen el mismo. En la primera figura se muestra la evolución de  $\pi_C$ ,  $\eta_C$ ,  $\beta$ ,  $N_C$  y

$\dot{m}_C$  con el tiempo ante una perturbación en las condiciones de salida. Pero es de la segunda gráfica de la que se obtiene más información, ya que se observa que el cambio de condiciones conlleva superar la línea de margen de seguridad quedando un punto de operación que es peligrosamente cercano a la línea de surge.

El análisis se hace posible a través de estas gráficas, así que se hará un uso recurrente de estas aplicando diferentes condiciones y casos de estudio.

## 3 Implementación numérica. Interacción entre componentes

---

Una vez definido el modelo que se va a utilizar de cada componente es necesario explicar su planteamiento numérico y la interacción entre ellos, ya que en conjunto, los componentes están interconectados con los circundantes y se tiene una interacción entre ellos a través de las variables que apliquen en cada caso. Así, el hecho de tener que resolver el sistema completo en cada instante de tiempo requiere conocimientos de resolución de problemas de cálculo numérico y la consecuente optimización de códigos para la resolución en tiempo razonable de la evolución en el tiempo.

En este capítulo se recogen tanto los **métodos numéricos** utilizados para la resolución de cada módulo como los pasos seguidos para el dimensionamiento y análisis del sistema. De esta forma, queda totalmente definido el problema y la forma de abordarlo.

### 3.1 Implementación matemática/numérica

Es de vital importancia que para la descripción de un sistema físico modelado mediante un análisis matemático/numérico se detalle la implantación de las ecuaciones en un *solver* numérico. Con ello se permite un detalle completo del modelo utilizado y una posible utilización de los medios para futuras mejoras y continuación del trabajo en un modelo más exacto.

Como se ha ido detallando anteriormente, el software utilizado para la resolución de las ecuaciones ha sido **MATLAB**. Se trata de una herramienta de programación con lenguaje propio enfocada a la resolución de problemas ingenieriles. Esta herramienta permite la implantación de absolutamente todo el sistema y no ha sido necesario la adición de ningún otro *solver*. No obstante, sí que es posible la implantación de este sistema en otra herramienta como **Python** para obtener resultados del mismo sistema.

En esencia, la tarea que se requiere para realizar el estudio es la siguiente:

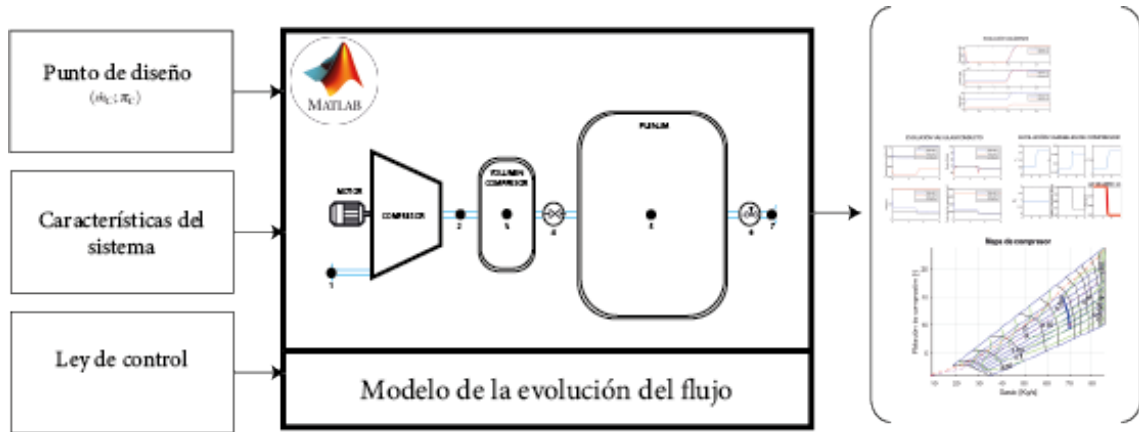


Figura 3.1 Esquema de resolución.

Se trata de desarrollar el módulo medio del esquema anterior: un **modelo de la evolución del flujo** y, a partir de él obtener unas **gráficas de la evolución de variables** de los componentes del sistema, sacando conclusiones sobre esta evolución. Las variables de mayor importancia serán aquellas que determinan la operación del compresor, junto con el propio mapa del compresor.

Para operar el modelo y obtener un análisis, este necesita de ciertos parámetros que determinan el caso de estudio concreto:

- **Características del sistema:** Para conocer la evolución del sistema, primero se debe determinar las variables geométricas necesarias. Además, se debe concretar el compresor estudiado a través del mapa correspondiente.
- **Punto de diseño:** Junto con el mapa del compresor estudiado, indica el punto de operación del mapa desde el que se efectúa una perturbación y se estudia la evolución.
- **Ley de Control:** Se trata de la propia perturbación que se quiere provocar sobre el sistema.

$$A_{v6}(t) \parallel N_c(t)$$

Como ya se ha mencionado, se trata del área de la válvula de control o el régimen de giro del compresor. Ambas funciones serán detalladas en el caso de estudio cuando aplique.

Para la adecuación del sistema y sus ecuaciones al modelo numérico es necesario hacer uso de herramientas de resolución de problemas matemáticos. Los recursos que aquí se mencionan son aquellos que permiten obtener una solución numérica a un problema no directo.

Para la explicación del funcionamiento del modelo se separará el mismo en módulos, tratándose cada uno de forma independiente, cada uno con variables de entrada y salida. Tras esto, se expondrá la forma en la que todos se unen e interaccionan.

### 3.1.1 Fluido de trabajo

En primer lugar, la forma de tratar el fluido es particularmente sencilla. Esto se debe al carácter polinómico de la variación de los parámetros termodinámicos con la temperatura. Así pues, aunque en algunos casos hay que hacer uso de integrales, **no** se utilizan *métodos de cuadratura o cálculo numérico*, ya que trivialmente se pueden conseguir las integrales que se usan en el resto de ecuaciones.

A continuación se expone el cálculo de las integrales de las que se harán uso posteriormente.

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T C_P(T) dT = R \left( a_{i1} T + \frac{a_{i2}}{2} T^2 + \frac{a_{i3}}{3} T^3 + \frac{a_{i4}}{4} T^4 + \frac{a_{i5}}{5} T^5 + \frac{a_{i6}}{T} \right) - \dots \quad (3.1)$$

$$\Phi(T) = \int_{T_{ref}}^T \frac{C_P(T)}{T} dT = R \left( a_{i1} \ln T + a_{i2} T + \frac{a_{i3}}{2} T^2 + \frac{a_{i4}}{3} T^3 + \frac{a_{i5}}{4} T^4 \right) - \dots \quad (3.2)$$

La consideración del fluido se hará en cualquier caso a través de la *Capacidad calorífica a presión constante* y la *entalpía*.

### 3.1.2 Módulo válvula-conducto

Como ya se ha expuesto, tanto las válvulas (puntos 4 y 6) como el conducto harán uso del mismo modelo matemático siguiendo las mismas ecuaciones y, por tanto, tratándose de igual forma en la implementación numérica.

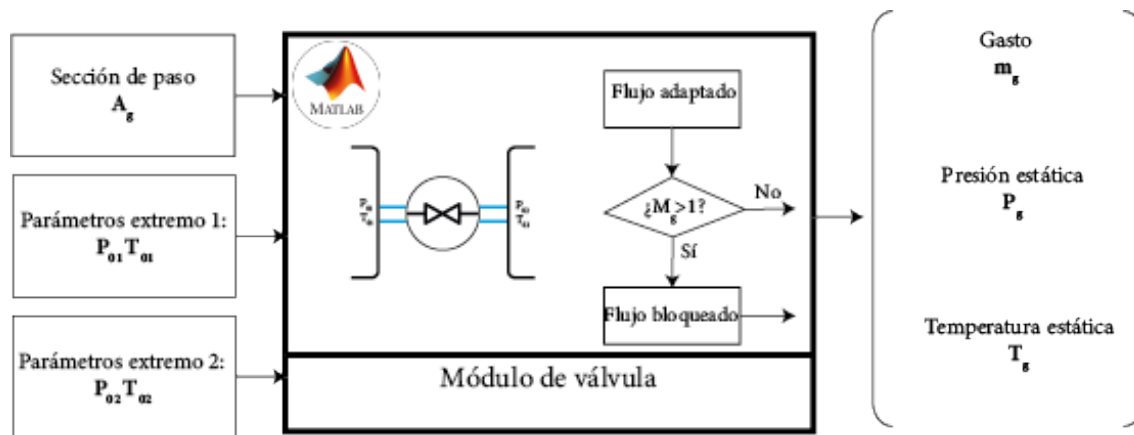


Figura 3.2 Módulo de válvula.

A partir del esquema anterior, puede entenderse la función del módulo válvula y las variables que necesita para operar.

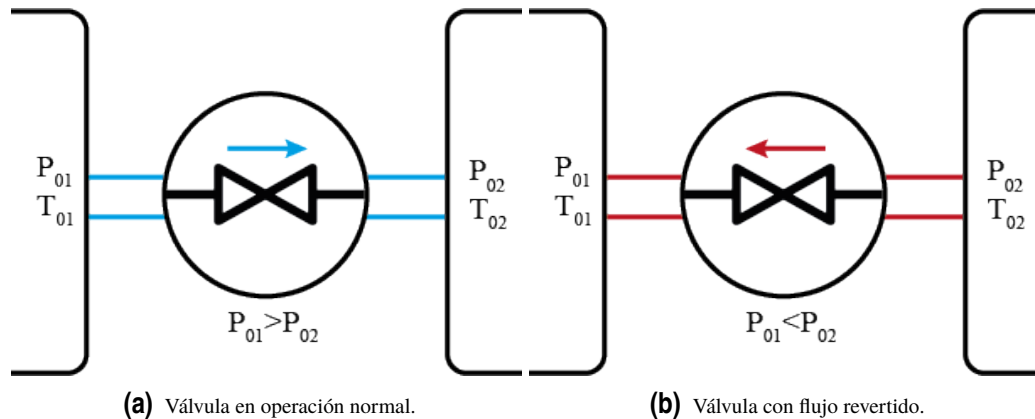
De los resultados obtenidos del módulo, las variables más importantes serán el gasto y el número de Mach en la garganta, ya que el primero establece la interacción con el resto de componentes y el segundo supone restricciones en la válvula 4.

Se deben tomar ciertas consideraciones en la implantación de las ecuaciones, ya que la forma con la que se trata este elemento depende de las condiciones en las que se encuentre el fluido. Así pues, existe diferente casuística en la operación del módulo y debe ser tratada correctamente para la obtención de un modelo robusto.

### Dirección del flujo

La dirección en la que evoluciona el fluido está determinada por la diferencia de presiones, ya que este siempre evoluciona de mayores a menores presiones. En operación normal del compresor, las válvulas pertenecientes al mismo ven mayores presiones a la izquierda, produciéndose un flujo de izquierda a derecha. No obstante, dada la propia naturaleza del efecto que se intenta estudiar (*surge*), se pueden dar casos en los que el flujo encuentre mayores presiones a la derecha de la válvula, teniendo casos de flujo revertido.

En tal caso, considerando esta casuística, el programa de cálculo ha sido implementado para tener la **inversión del flujo** cuando sea aplicable.



**Figura 3.3** Esquema de casos del flujo a través de una válvula.

En la figura anterior pueden verse esquemáticamente los dos casos en los que opera la válvula. Si bien para tratar el módulo válvula-conducto, este efecto sólo hace que se tengan que cambiar de sentido los parámetros de entrada al módulo; al tratarse de 3 elementos que funcionan de esta forma, induce una casuística de importancia. No obstante, cada uno de los casos que se pueden dar han sido aplicados para asegurar un funcionamiento correcto en cualquier circunstancia.

### Mach en la garganta

Dependiendo de las condiciones que encuentre la válvula a la entrada y a la salida, puede ocurrir que llegue a **punto de bloqueo**. Esto es, en la garganta de la válvula, la velocidad del fluido llega a ser igual a la velocidad del sonido, cambiando la operación de la misma.

De esta forma, y como ya se ha mencionado, existen dos formas de tratar las ecuaciones que rigen el flujo a través de la válvula:

- **Flujo adaptado:** Dado por las ecuaciones 2.16 - 2.19. La primera ecuación se resuelve a través de un *Newton-Raphson*, ya que de ella se extrae la Temperatura estática en la garganta; en cambio, el resto puede resolverse de forma secuencial, obteniendo el resto de parámetros.
- **Flujo bloqueado:** El flujo en este caso se resuelve a partir del sistema de ecuaciones acopladas 2.20. Estas se resuelven con el método de *Newton-Raphson* para sistemas de ecuaciones. Una vez se obtengan los parámetros del sistema, el gasto circulante se calcula trivialmente a través de la ecuación 2.19.

El procedimiento que se sigue para contemplar esta casuística es: en primer lugar, calcular las variables considerando el caso adaptado; comprobar que el Mach es menor que 1 y, si esto no ocurre, se calculan las variables en caso bloqueado, tal como se muestra en la figura esquemática de inicio de este apartado ??.



### 3.1.3 Módulo volumen

En este módulo, se introducen las evoluciones temporales, permitiendo así tener una función del tiempo de todas las variables del sistema.

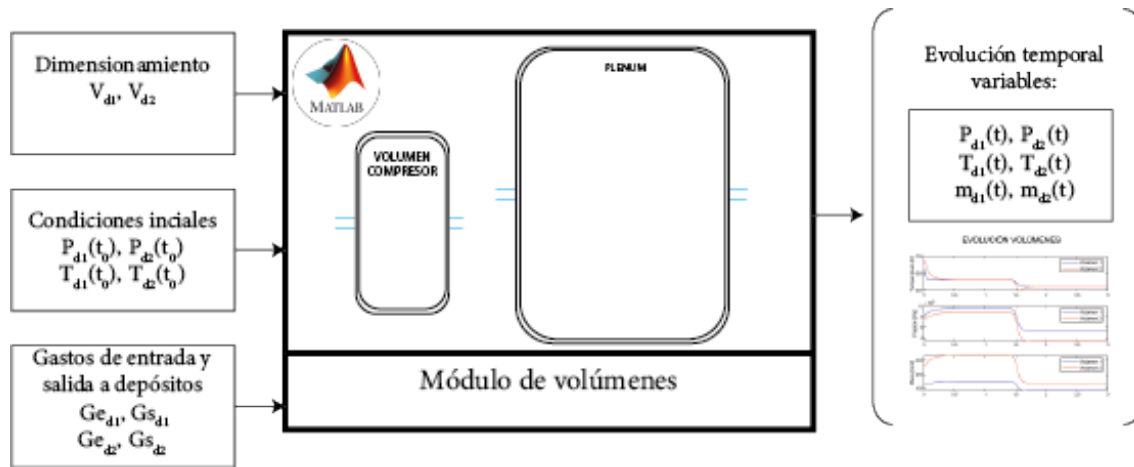


Figura 3.4 Módulo de volumen.

Para que este módulo funcione, es necesario tener un dimensionamiento de los volúmenes en su parámetro geométrico, unas condiciones iniciales en ambos depósitos, dados por la presión y la temperatura  $P_{d1}(t_0), P_{d2}(t_0), T_{d1}(t_0)$  y  $T_{d2}(t_0)$  (la masa inicial que habrá dentro de los depósitos es fácilmente calculable a través de la *ecuación de estado*) y el gasto circulante a través de las válvulas o el conducto, que serán también una función del tiempo dependiente de las condiciones de los volúmenes.

Las ecuaciones que se resuelven en este módulo, son la **Ecuación de estado** en su forma diferencial, el **Primer Principio de la Termodinámica** y la **Ecuación de la continuidad** del paquete 2.22 - 2.24 aplicadas a los dos volúmenes, quedando un sistema de 6 ecuaciones diferenciales.

El método de resolución que se ha seguido para resolver el sistema de ecuaciones de forma numérica ha sido la implementación de un *ode45*. Esta herramienta incluida en el software **MATLAB** permite la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales, obteniéndose una evolución en el tiempo.

Este *solver* permite la resolución de problemas del siguiente tipo:

$$\begin{cases} y' &= f(t,y) \\ y(t_0) &= y_0 \end{cases}$$

Es por ello que, para adaptar las ecuaciones 2.22 - 2.24 y resolver el problema numéricamente, se deben separar las diferenciales de las funciones de estado y tiempo. Tal y como se hace a continuación:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dm_{d1}}{dt} = G_{in,d1} - G_{out,d1} \\
\frac{dT_{d1}}{dt} = \frac{1}{m_{d1}C_{v,d1}(T_{d1})} \left[ G_{in,d1} \left( h_{in,d1} + \frac{C_{in,d1}^2}{2} \right) - G_{out,d1} \left( h_{out,d1} + \frac{C_{out,d1}^2}{2} \right) - (G_{in,d1} - G_{out,d1})(u_{d1}(T_{d1}) - u_{ref}) \right] \\
\frac{dp_{d1}}{dt} = \frac{R}{V_{d1}} \left\{ (G_{in,d1} - G_{out,d1})T_{d1} + \frac{1}{C_{v,d1}(T_{d1})} \left[ G_{in,d1} \left( h_{in,d1} + \frac{C_{in,d1}^2}{2} \right) - G_{out,d1} \left( h_{out,d1} + \frac{C_{out,d1}^2}{2} \right) - (G_{in,d1} - G_{out,d1})(u_{d1}(T_{d1}) - u_{ref}) \right] \right\} \\
\hline
\frac{dm_{d2}}{dt} = G_{in,d2} - G_{out,d2} \\
\frac{dT_{d2}}{dt} = \frac{1}{m_{d2}C_{v,d2}(T_{d2})} \left[ G_{in,d2} \left( h_{in,d2} + \frac{C_{in,d2}^2}{2} \right) - G_{out,d2} \left( h_{out,d2} + \frac{C_{out,d2}^2}{2} \right) - (G_{in,d2} - G_{out,d2})(u_{d2}(T_{d2}) - u_{ref}) \right] \\
\frac{dp_{d2}}{dt} = \frac{R}{V_{d2}} \left\{ (G_{in,d2} - G_{out,d2})T_{d2} + \frac{1}{C_{v,d2}(T_{d2})} \left[ G_{in,d2} \left( h_{in,d2} + \frac{C_{in,d2}^2}{2} \right) - G_{out,d2} \left( h_{out,d2} + \frac{C_{out,d2}^2}{2} \right) - (G_{in,d2} - G_{out,d2})(u_{d2}(T_{d2}) - u_{ref}) \right] \right\}
\end{array} \right. \quad (3.3)$$

Se han resaltado tanto los términos diferenciales como las variables de estado. Como puede apreciarse, sólo las dos primeras ecuaciones están **acopladas**, ya que las variables relacionadas con la presión ( $P_{d1}$  y  $P_{d2}$ ) no se encuentran asociadas a ninguna ecuación en la parte derecha. Gracias a esto, la evolución de las presiones podría calcularse una vez se resuelva el sistema de ecuaciones diferenciales asociado a la *temperatura* y la *masa* a través de la ecuación de estado.

No obstante, se ha preferido el sistema de 6 ecuaciones diferenciales sin hacer uso de esta separación porque la resolución es más rápida y la herramienta permite de este modo la visualización de las presiones a medida que el programa realiza la simulación.

El uso de la herramienta *ode45* hace necesaria una determinación de unos parámetros para la convergencia y resolución del sistema en un tiempo aceptable. Por ello, se han considerado válidos los siguientes valores de tolerancia:

$$TOL_{rel} = 1e-5$$

$$TOL_{abs} = 1e-5$$

$$MAXstep = 1$$

Como último apunte sobre este módulo, en el sistema 3.3 no se presenta explícitamente ninguna función del tiempo en la parte derecha de las ecuaciones. No obstante, hay que ser consciente que las variables con subíndices *in* y *out* dependen de las condiciones de los volúmenes y vienen dadas por otros módulos contiguos. Por lo tanto, aunque no se explicita, estas variables son funciones del tiempo.

### 3.1.4 Módulo compresor

Aunque en el análisis que se lleva a cabo es el módulo de mayor importancia, el trato que recibe es característicamente sencillo, ya que sólo se necesita extraer información de los mapas (tablas) de compresores.

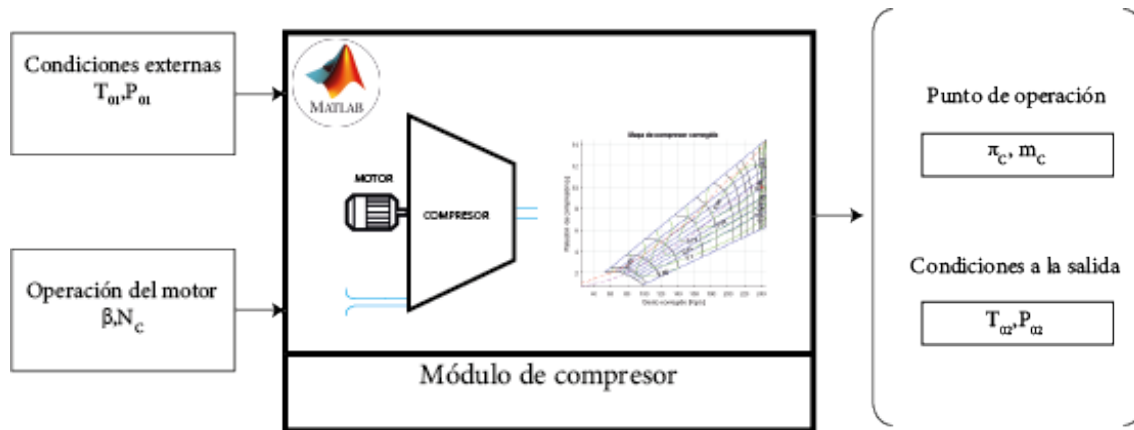


Figura 3.5 Módulo de compresor.

Este módulo funciona a través del sistema de ecuaciones de 2.28, que proporciona la información de las tablas, y las ecuaciones de **salto de presiones** 2.29 y del **rendimiento del compresor** 2.30 que determinan la evolución del flujo una vez se ha extraído la información de la operación del compresor a través de las tablas.

Como se extrae de las ecuaciones, estas dependen de los parámetros  $N_c$  (Velocidad de giro del compresor) y  $\beta$ . No obstante, la velocidad de giro en el modelo que se contempla siempre está determinado previamente, ya sea porque el motor que mueve el compresor proporcione una velocidad invariable o esta sea controlada ( $N_c(t)$ ).

La herramienta numérica necesaria en este caso es la *interpolación*, que podrá ser lineal o cuadrática. Dados los datos y la exactitud que alcanza, se ha considerado suficiente una interpolación lineal de las tablas para encontrar los valores necesarios.

Este módulo debe funcionar para varios casos:

- **Obtención de la evolución del punto de operación del compresor.** Ello se consigue compatibilizando el gasto saliente del compresor (que depende de las condiciones aguas abajo del compresor) con las tablas del mismo. Por lo tanto, se necesita de la utilización del módulo conducto para resolver el flujo con las condiciones del compresor.

$$\begin{cases} \dot{m}_C &= \text{Modulo} - \text{conducto}(\pi_C, \eta_C, \text{Condiciones volumen}) \\ \pi_C &= f_{C\pi}(\beta_C, N_C) \\ \eta_C &= f_{C\eta}(\beta_C, N_C) \\ \dot{m}_C &= f_{C\dot{m}}(\beta_C, N_C) \end{cases} \quad (3.4)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones a través de un método de *Newton-Raphson* que implica la compatibilización con el resto del modelo, se pretende obtener el punto de operación dado por las variables **Gasto**  $\dot{m}_C$  y **Relación de compresión**  $\pi_C$ . Una vez se tiene el punto de operación, se pueden obtener las variables presión de remanso y Temperatura de remanso después del compresor a través de las ecuaciones de salto de presiones 2.29 y del rendimiento del compresor 2.30.

Este caso se dará en la simulación del transitorio.

- **Dado un punto de operación del compresor ( $\pi_C$  y  $\dot{m}_C$ ), obtener la evolución del fluido a través del compresor.** Se trata de encontrar el punto en el mapa y obtener la evolución tras el compresor. Esto se logra resolviendo el sistema de la primera y tercera ecuación de 2.28 y añadiendo la ecuación de salto de presiones 2.29 y del rendimiento del compresor 2.30 para la evolución del flujo.

Este caso se dará en el estudio del punto de diseño que se quiere estudiar.

## 3.2 Interacción y funcionamiento del conjunto. Dimensionamiento y análisis

Una vez detallado el funcionamiento de los módulos por separado y su implementación numérica, se requiere una explicación de la implementación en su conjunto y de la interconexión entre los módulos.

Como se puede extraer fácilmente de las explicaciones anteriores, existe una fuerte interconexión entre los componentes. Buena muestra de ello es la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales 3.3, para la que se necesita de los módulos de válvulas/conducto y estos, a su vez del punto de operación del compresor.

Esto hace que la resolución de todo el sistema diste de ser secuencial que, a priori, parecería lo más razonable dada la evolución del flujo. Por el contrario, se necesita de una resolución del conjunto completo para cada instante de tiempo, utilizando de los recursos de bucles y condiciones (por la casuística implicada en la reversión del flujo) que ya se han ido exponiendo.

Para la explicación del funcionamiento del sistema se muestran dos esquemas: El primero de ellos se utilizará para dimensionar el sistema en sus variables geométricas ( $A_{v6}$ ,  $A_{v4}$  y  $A_c$ ); El segundo se centra en la obtención del comportamiento del sistema tras la aplicación de una perturbación al estacionario.

### 3.2.1 Dimensionamiento del sistema

Para realizar el análisis del transitorio primero es necesario dimensionar el sistema. Esto es, dar las variables geométricas para que el modelo funcione correctamente en el punto de diseño deseado y con ello, estudiar una perturbación en este punto.

En primer lugar, es necesario mencionar que para esta tarea **no se emplea el modelo completo**, ya que no se estudia la evolución del compresor sino que se pretende dar valor al resto de elementos para que funcionen debidamente en torno al punto de operación que se quiere estudiar.

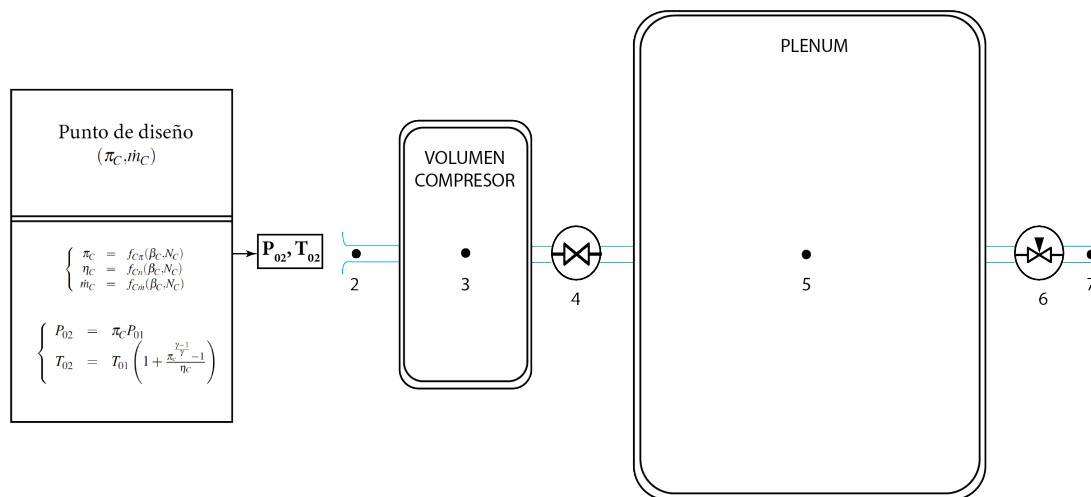


Figura 3.6 Modelo para el dimensionamiento del conjunto.

Tal como se muestra en la figura anterior, se sustrae el módulo de compresor y este se sustituye por unas condiciones fijas antes de la entrada en el conducto (*Punto 2*), obtenidas a través del sistema de ecuaciones que interpola el mapa de compresor y las ecuaciones de salto de presión y rendimiento del mismo.

En esencia, el procedimiento con el que se resuelve este paso del análisis es cíclico: se parte de una aproximación o prueba de un dimensionamiento del sistema para luego ir haciendo correcciones y encontrar un dimensionamiento compatible con el punto de diseño deseado.

Como se muestra en la figura al final de este apartado, para el cálculo de un dimensionamiento compatible se parte de:

- Unas condiciones iniciales del sistema ( $P_{0,d1}$ ,  $T_{0,d1}$ ,  $m_{0,d1}$ ;  $P_{0,d2}$ ,  $T_{0,d2}$  y  $m_{0,d2}$ ) que serán de un sistema en reposo con condiciones de presión y temperatura iguales a las ambiente en el punto 7.

Condiciones iniciales:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{i,d1} = 1 \text{ bar} \\ T_{i,d1} = 273 \text{ K} \\ m_{i,d1} = \frac{P_{i,d1} V_{d1}}{RT_{i,d1}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{i,d2} = 1 \text{ bar} \\ T_{i,d2} = 273 \text{ K} \\ m_{i,d2} = \frac{P_{i,d2} V_{d2}}{RT_{i,d2}} \end{array} \right.$$

Estas condiciones dependen del valor del volumen que se proporcione a los depósitos *Volumen de compresor* y *Plenum*. Valor que se fijará para el estudio completo del sistema aunque el volumen del plenum puede ser un parámetro de estudio del mismo.

- Un punto de diseño del sistema que se quiera estudiar,  $(\pi_C, \dot{m}_C)$  con el que se determinarán las condiciones antes del conducto, tal como se ha explicado.
- Un dimensionamiento como **estimación inicial**.

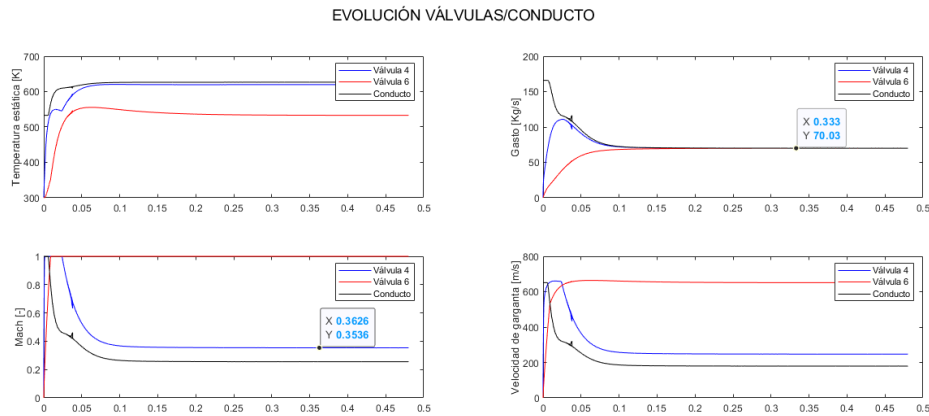
Tras esto, se inicia un bucle de evolución en el tiempo hasta alcanzar un estable con el que se pueda establecer la viabilidad del dimensionamiento realizado que, a continuación, se explica en detalle.

Este bucle contempla, en un inicio, un estado de las variables dentro de los volúmenes. Con ello, se procede a comprobar el estado de las válvulas/conducto, contemplando de este modo, la posible reversibilidad del flujo en cada uno de estos elementos. Se analiza la casuística de las 8 posibilidades y se extraen las condiciones en los extremos (entrada, salida y dirección) de las válvulas y el conducto.

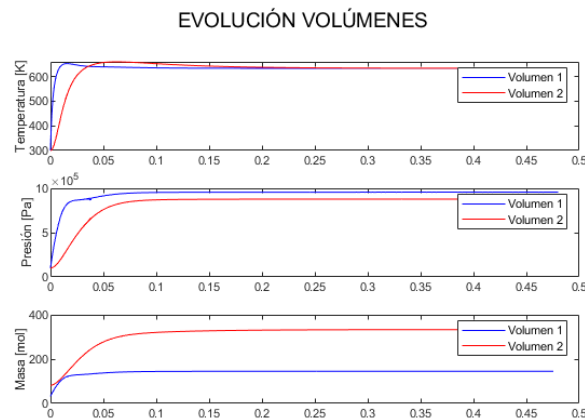
Con esta información, estos componentes se analizan como se ha explicado en el apartado correspondiente al módulo válvula: Primero se calculan las variables de paso en **caso adaptado**, se comprueba que  $M_g > 1$  y, si procede, se recalculan las variables teniendo en cuenta el **bloqueo en la garganta**.

Una vez se resuelva el paso a través de todas los componentes intermedios, se obtienen las variables que permiten la resolución de las ecuaciones diferenciales de los volúmenes. Cuando se resuelve, **el sistema se actualiza en su conjunto** dando lugar a unas nuevas condiciones con las que es posible la repetición del bucle de cálculo.

El sistema se deja evolucionar hasta alcanzar un *estable*. Cuando se llega a un estado del sistema en el que las variables no tienen variación el programa devuelve la evolución del conjunto en unas gráficas como las que se muestran:



**Figura 3.7** Evolución de las variables de las **válvulas/conducto** hasta llegar al estable.



**Figura 3.8** Evolución de las variables de los **volúmenes** hasta llegar al estable.

Para validar el sistema y determinar que el dimensionamiento es el adecuado es necesario compatibilizar el sistema con el punto de diseño requerido, comprobando:

- que el gasto que circula por el conjunto es el que se ha especificado y comprobar que en el punto estable,
- el Mach de la garganta en la válvula 4 cumple con la restricción de diseño  $M_{v4} < 0.5$  al llegar al estable.

Si alguno de estos requerimientos no ocurre se debe volver a dimensionar el sistema, dando lugar a un bucle de diseño tal y como se muestra en el esquema.

Si, por el caso contrario, el sistema queda validado, se procede al análisis del mismo ante una perturbación, para la cual se hace uso del dimensionamiento calculado en este proceso y como **condiciones iniciales en los volúmenes se toman las que quedan del estable tras este proceso.**

Las figuras anteriores son las que se han utilizado para un diseño en el que se requería un gasto de  $70 \frac{kg}{s}$  y, como se puede apreciar, el sistema sí es válido en este caso y se pasaría a realizar el análisis ante perturbaciones.

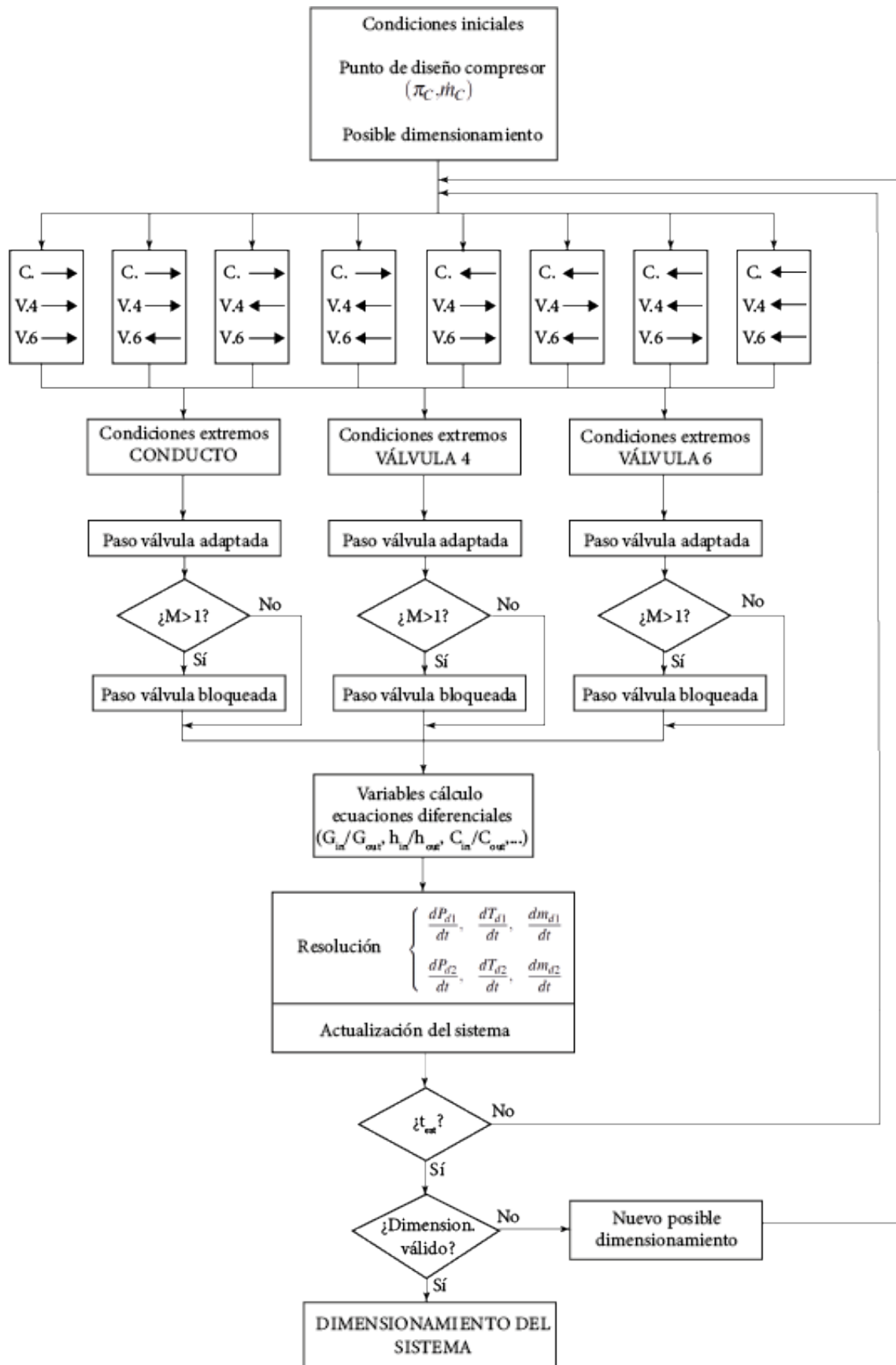
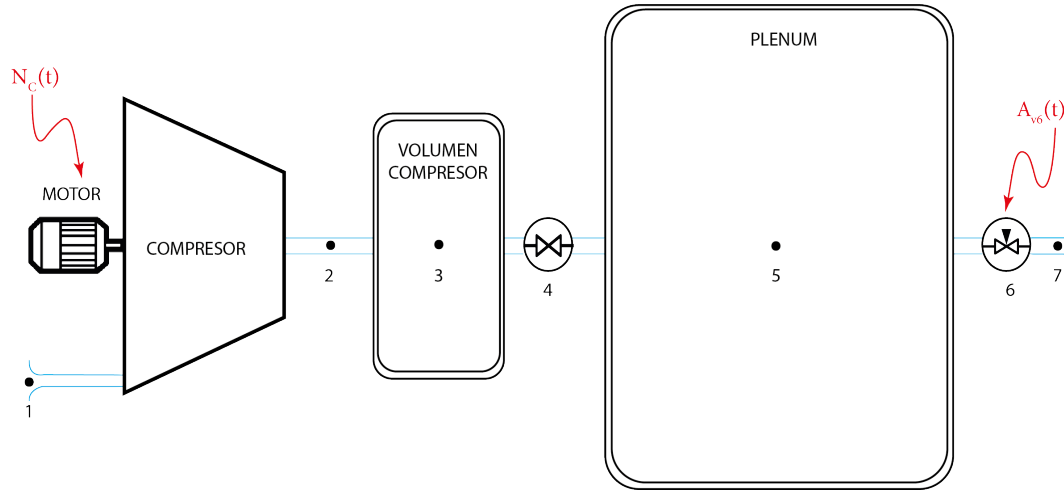


Figura 3.9 Esquema de funcionamiento para el dimensionado.



### 3.2.2 Análisis ante perturbación

Una vez se ha dimensionado el sistema, se procede al análisis del mismo ante perturbaciones. Para ello, sí que se utiliza en este caso el **modelo completo**, reuniendo la caracterización del compresor en todo momento y aplicando unas leyes de control según se requiera el análisis.



**Figura 3.10** Modelo para el análisis ante perturbaciones.

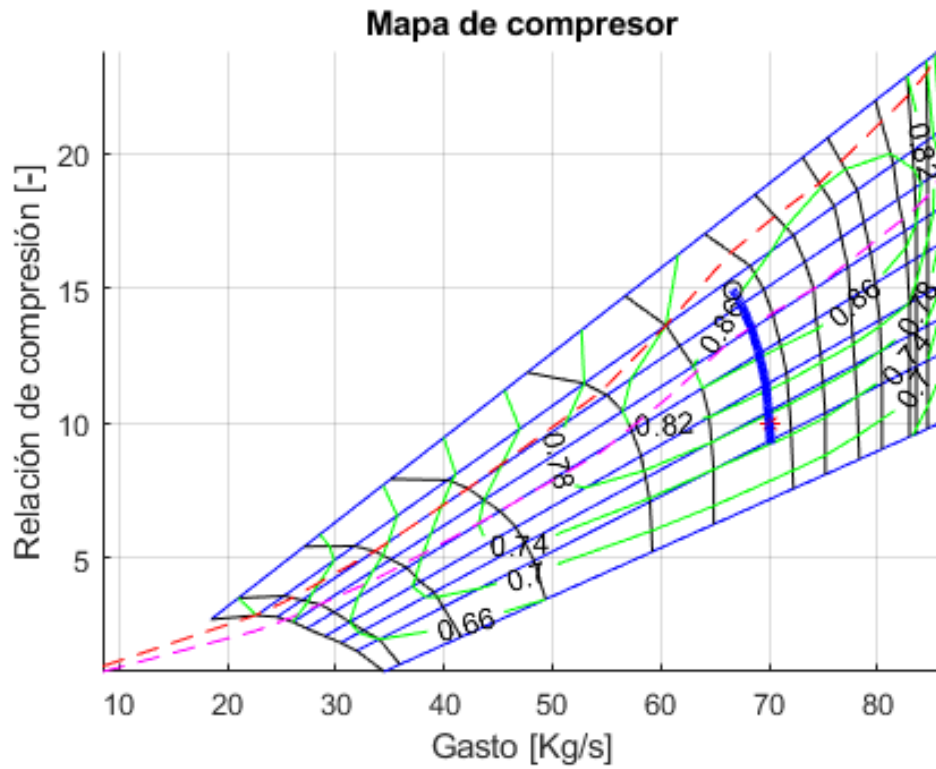
A diferencia del modelo anterior, en este es necesario compatibilizar el compresor y sus variables de estado con el resto del sistema. Esto se hace, tal como se muestra en el esquema, determinando la operación del compresor una vez se entra en el bucle de evolución en el tiempo.

Tras obtener las condiciones en las que se encuentra el sistema, se debe determinar el punto de diseño resolviendo el sistema 3.4 que, para ello, es necesario considerar toda la casuística intrínseca al conducto en este punto. Tras realizar este paso se puede continuar con la evolución del bucle obtenidas las condiciones después del compresor.

Dada la naturaleza de este análisis, la evolución del sistema se considera completada cuando se llega a un tiempo determinado previamente. Este tiempo dependerá del tiempo de respuesta característico del sistema ante una perturbación concreta. Ya que este tiempo de simulación es variable, se detallará este valor en cada caso de estudio. De igual forma, dependiendo del caso de estudio, se expondrá la perturbación que se ejerce sobre los componentes.

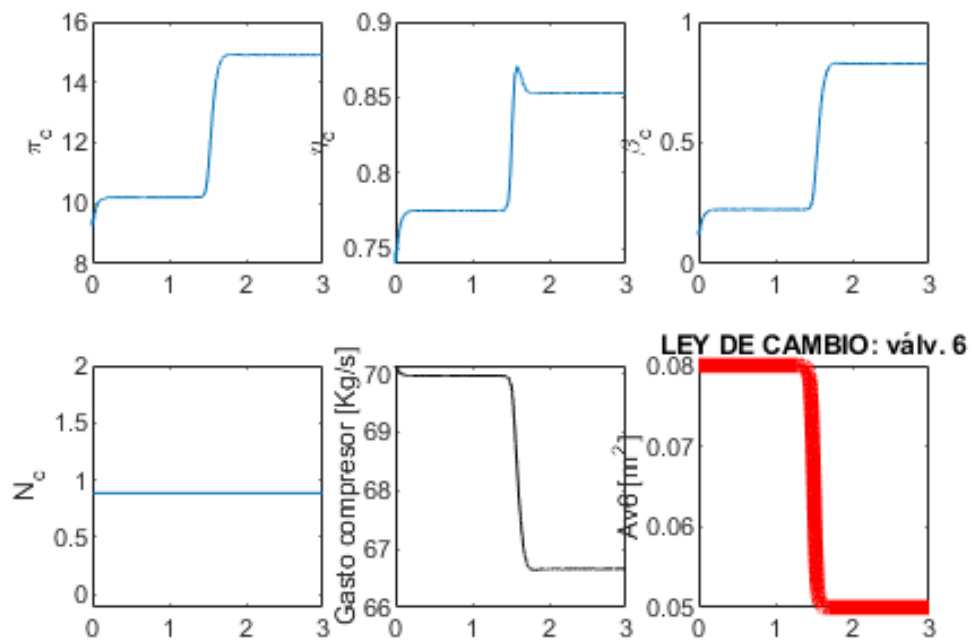
Los resultados que se analizarán en este estudio serán los siguientes:

- **La evolución del punto de operación del mapa de compresor:** Mediante la línea azul gruesa se puede observar cómo evoluciona el punto de operación del compresor durante toda la simulación.
- **Visualización de la evolución de las variables del compresor:**  $\beta_C(t)$ ,  $\dot{m}_C(t)$ ,  $N_C(t)$ ,  $\eta_C(t)$  y  $N_C(t)$ . También se ha utilizado esta gráfica para la representación de la ley de control de la válvula 6.
- **La evolución de las variables de los depósitos:**  $P_{d1}(t)$ ,  $T_{d1}(t)$ ,  $m_{d1}(t)$ ,  $P_{d2}(t)$ ,  $T_{d2}(t)$  y  $m_{d2}(t)$ .
- **La evolución de las variables de las válvulas/conducto:**  $P_c(t)$ ,  $\dot{m}_c(t)$ ,  $M_c(t)$ ,  $C_c(t)$ ,  $P_{v4}(t)$ ,  $\dot{m}_{v4}(t)$ ,  $M_{v4}(t)$ ,  $C_{v4}(t)$ ,  $P_{v6}(t)$ ,  $\dot{m}_{v6}(t)$ ,  $M_{v6}(t)$  y  $C_{v6}(t)$ .



**Figura 3.11** Evolución del **mapa del compresor** ante una perturbación.

### EVOLUCIÓN VARIABLES DE COMPRESOR



**Figura 3.12** Evolución del **compresor** ante una perturbación.

## EVOLUCIÓN VOLÚMENES

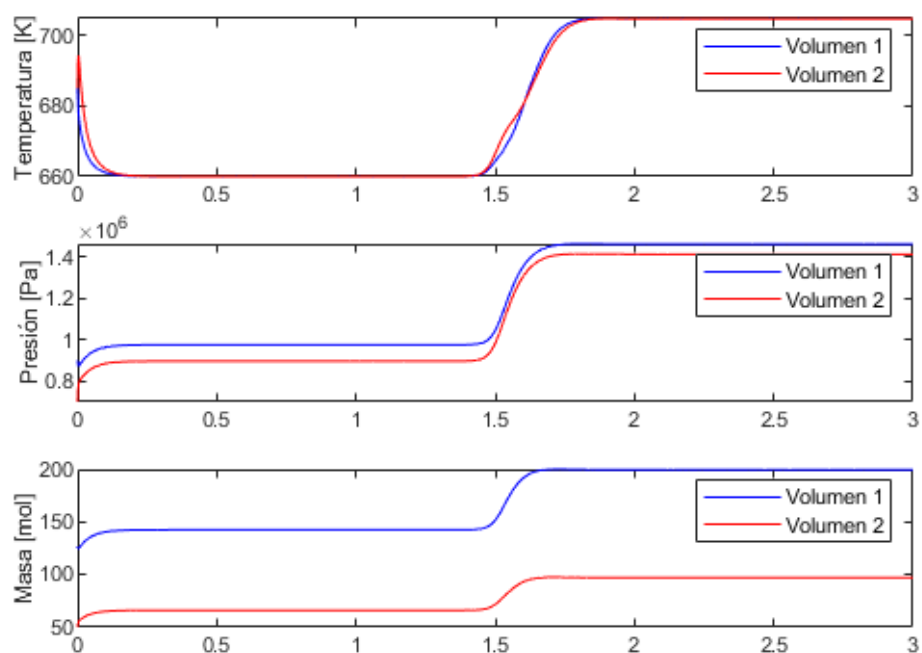


Figura 3.13 Evolución de los volúmenes ante una perturbación.

## EVOLUCIÓN VÁLVULAS/CONDUCTO

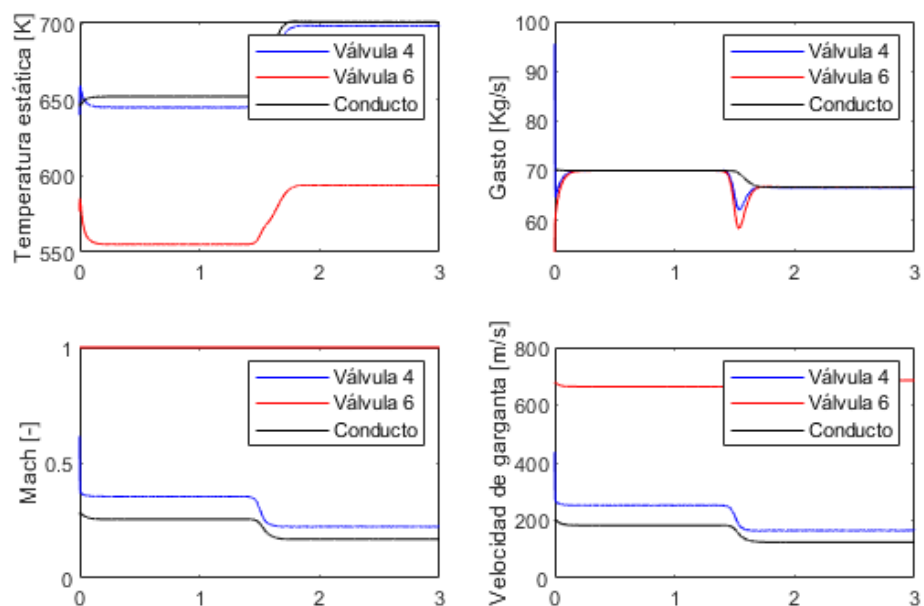


Figura 3.14 Evolución de las válvulas/conducto ante una perturbación.

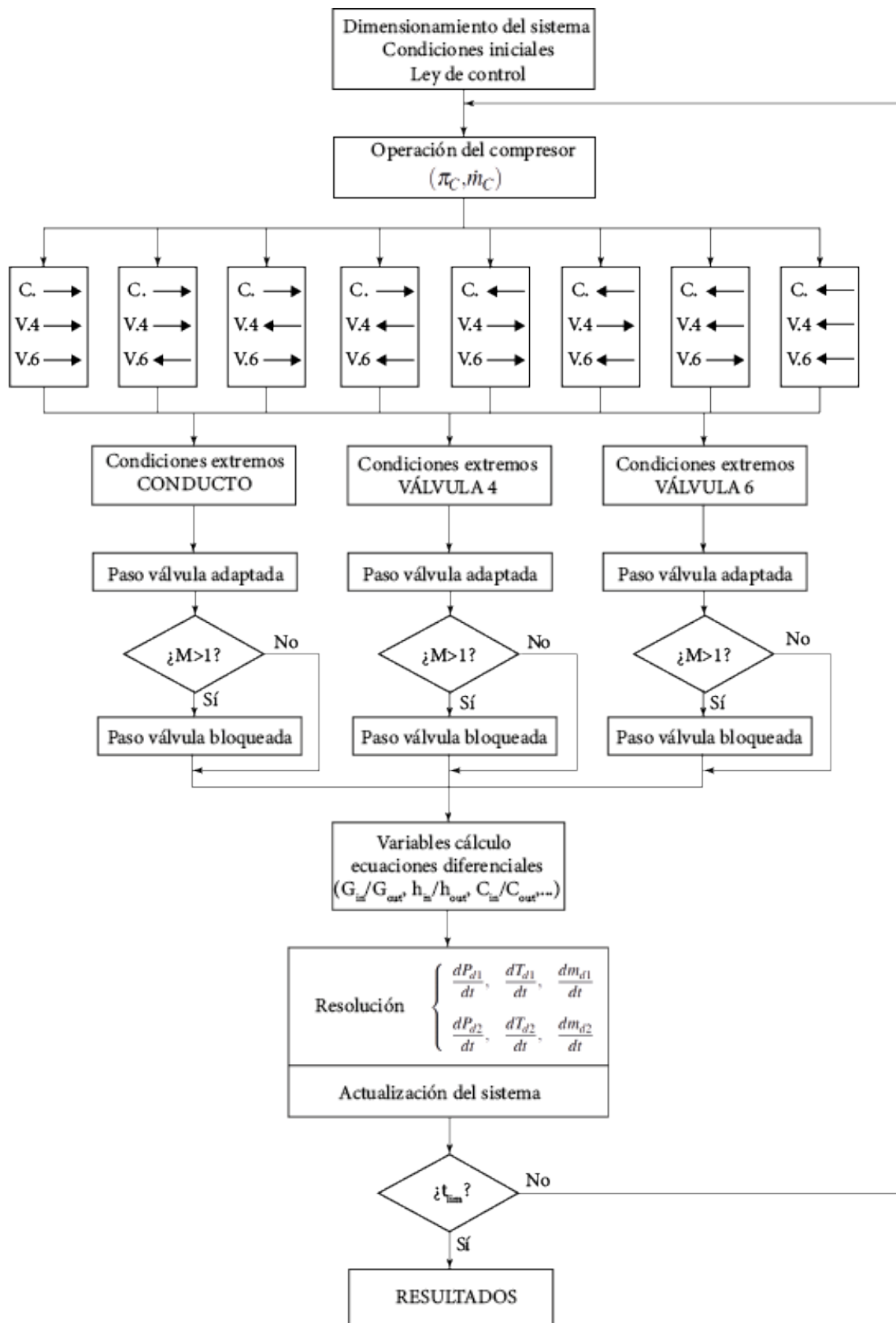


Figura 3.15 Esquema funcionamiento para la resolución de una perturbación.

## **Parte II**

# **ANÁLISIS DEL RÉGIMEN TRANSITORIO**



## 4 Introducción

---

En este epígrafe se va a presentar la exposición del sistema a una serie de perturbaciones comenzando desde distintos puntos de operación.

### 4.1 Dimensionamiento general de los casos a estudiar

En primer lugar, es necesario saber los puntos desde los que se parte en el mapa y el dimensionamiento del sistema en su conjunto para cada uno de los puntos.

#### 4.1.1 Dimensionamiento general

Como ya se ha expuesto, para analizar el sistema se necesitan de unas variables constantes que hagan que el sistema funcione correctamente. Estos son: **Factores de escalado**, para que los puntos de operación se encuentren dentro del sistema en posiciones aceptables; **valores geométricos** tanto de los volúmenes como de las áreas de paso *que se mantendrán para todo el estudio* del conducto y la válvula 4.

Los factores de escalado son los siguientes:

- F.E de Relación de Compresión =  $\frac{\pi_{c \text{ nuevo}} - 1}{\pi_{c \text{ generalizado}} - 1} = 2.22$
- F.E de gasto corregido =  $\frac{\dot{m}_c \text{ nuevo ciclo}}{\dot{m}_c \text{ ciclo generalizado}} = 4.2$
- F.E de Rendimiento =  $\frac{\eta_{\text{nuevo}}}{\eta_{\text{generalizado}}} = 1$

Estos valores han sido elegidos para que una operación normal de  $(\pi_c, \dot{m}_c) = (10[-], 70[kg/s])$  esté situada cerca de la línea de surge a un número de revoluciones relativamente elevado.

Los valores geométricos elegidos son los siguientes:

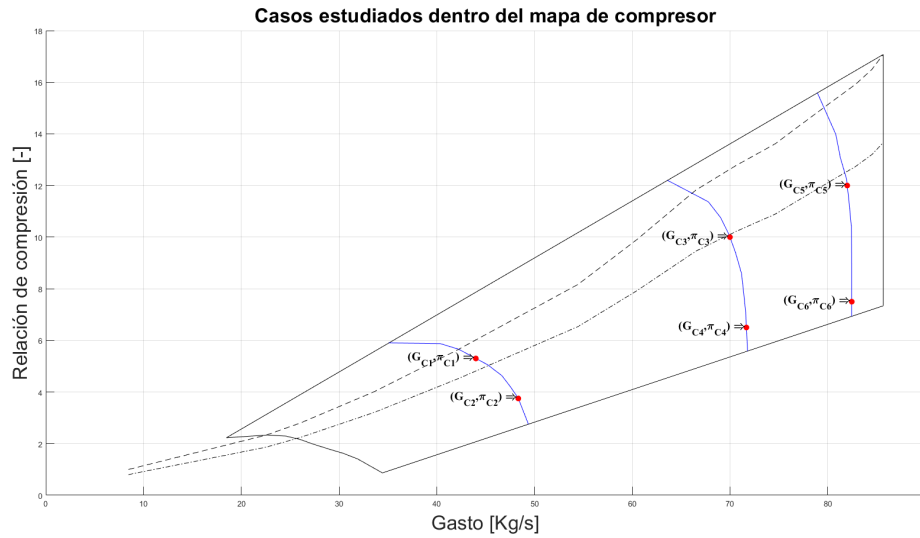
- $V_{\text{comp.}} = 0.4 \text{ m}^3$
- $V_{\text{PLENUM}} = 2 \text{ m}^3$
- $A_{\text{cond.}} = 0.1666 \text{ m}^2$
- $A_{\text{válv. 4}} = 0.175 \text{ m}^2$

Los volúmenes son valores de referencia tomados de la literatura, en concreto, el valor de  $0.4 \text{ m}^3$  corresponde un estudio de un modelo de motor matemático en el que se ha utilizado este valor como volumen representativo del compresor. Los valores de áreas han sido estimados en conjunto para que el sistema cumpla con los requisitos de gasto y la restricción de Mach en la garganta de la válvula 4 para **todos los valores de operación desde los que se parte**.

Los valores de  $A_{\text{válv. 6}}$  y  $N_C$  vendrán dados por el caso concreto que se estudie formando una relación biunívoca entre el punto de operación y las variables de control del sistema.

### 4.1.2 Casos de estudio

Los casos de estudio corresponden a los puntos estables desde los que parte el sistema y se introduce una perturbación. Se han elegido para que se cubra casi la totalidad del mapa. Se estudiarán 3 velocidades de giro del compresor y, para cada una de ellas, 2 puntos de partida variando la relación de compresión que produce el compresor para cada una de las velocidades de giro.



**Figura 4.1** Casos de estudio sobre el mapa de compresor escalado.

En la figura anterior se muestran todos los casos sobre el mapa del compresor. Como se puede ver, los casos cubren buena parte del compresor. De esta forma, se puede analizar distinta operativa del propio compresor (aceleración, deceleración, ...) que estará relacionada con diferentes actuaciones sobre el motor durante maniobras requeridas por el piloto del avión.

Estos puntos de operación, como se ha dicho, corresponden a un par  $[N_c, A_{v6}]$  específico, que se determinan en la fase de dimensionamiento del sistema, lo cual se ha tratado en el capítulo anterior:

**Tabla 4.1** Datos de operación de los casos de estudio.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6} [m^2]$
<b>Caso 1</b>	44	5.3	0.7	0.086
<b>Caso 2</b>	48.35	3.75	0.7	0.153
<b>Caso 3</b>	70	10	0.9	0.076
<b>Caso 4</b>	71.68	6.5	0.9	0.137
<b>Caso 5</b>	82.12	12	0.98	0.0762
<b>Caso 6</b>	82.46	7.5	0.98	0.1455



## 4.2 Definición de perturbaciones. Leyes de control

Una vez definidos los casos que se van a estudiar, es necesario explicar las perturbaciones a las que se va a someter el sistema. Estas son, las leyes horarios  $N_C(t)$  y  $A_{v6}(t)$ .

### 4.2.1 Rango de variación posible. Mapa de control

En primer lugar, se trata el rango en el que pueden variar los parámetros de control. En el caso de la velocidad de giro, este rango viene dado en el mapa del compresor. Sin embargo, **se necesita un estudio del mapa en su conjunto para la obtención del rango de  $A_{v6}$** .

El rango de  $N_C$  es:  $0.45 - 1.08$ .

El rango que se ha impuesto para  $A_{v6}$  ha sido:  $0 - 0.3 \text{ m}^2$ . No obstante, existen dos restricciones por las que la válvula no puede cerrarse por completo y dependiendo de la posición del compresor en el mapa, podrá o no abrirse por completo. Estas restricciones son:

- **Entrada en bombeo**, por el cual se determina un área mínima de la válvula que no puede traspasar sin que entre el compresor en régimen de bombeo.
- **Área máxima de la válvula**. Para altas velocidades de giro, existe un límite de áreas que determina un máximo de apertura de la válvula debido a que se sale del mapa de compresor, por lo que se opta por no superar este área de válvula.

Así pues, si existe un rango admisible de área de válvula 6 para cada velocidad de giro del motor. Resulta conveniente representar esta función en lo que se ha definido como **Mapa de control**. En este se muestran los rangos disponibles y en el caso de análisis que corresponda se representarán los puntos por los que se pasa en la simulación que se estudie.

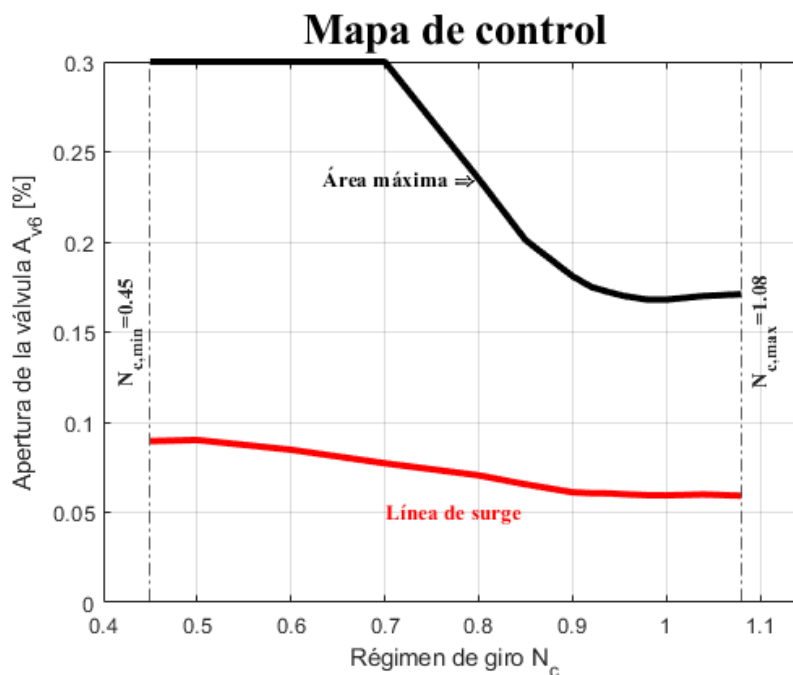


Figura 4.2 Mapa de control general.

Para el primer caso de análisis ( $N_C$  constante) se tendrán líneas verticales de variación de área de paso para los 3 casos de velocidad de giro que se estudia. Por otro lado, cuando se varíen los dos parámetros se obtendrán descripciones sobre este mapa de cualquier tipo y dependerá de las leyes horarias que se utilicen en cada caso.

#### 4.2.2 Ley horaria: $N_C(t)$ y $A_{v6}(t)$

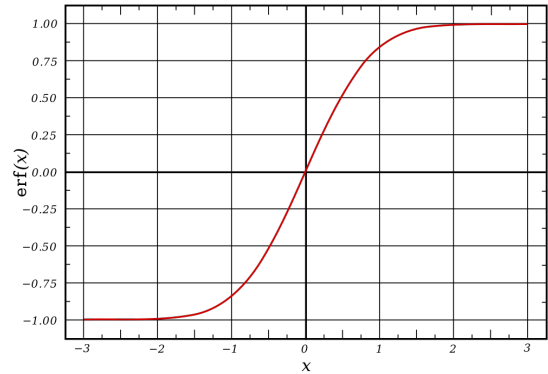
Una vez determinado el rango en el que pueden cambiar las variables de control queda explicar cómo se van a realizar estas variaciones. Esto se hará a partir de la definición de una **sigmoide**.

Aunque en la exposición real del compresor a una maniobra se demanden variaciones más diversas, ahora se van a estudiar evoluciones entre dos puntos. Por ello, se ha encontrado que la función sigmoide es la representación que mejor se adapta al modelo, ya que es fácil de definir y no proporciona problemas cuando se aumenta mucho la pendiente, obteniéndose evoluciones cercanas al escalón sin proporcionar problemas computacionales.

La función sigmoide se define de la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-a*(x-c)}} \quad (4.1)$$

- a: Define la pendiente que se aplica a la variación. Valores bajos ( $a \sim 5$ ) hacen que la variación sea suave y, por el contrario, valores altos ( $a \sim 50$ ) hacen que se tengan variaciones abruptas.
- c: Determina el punto en el eje de abscisas donde se centra la sigmoide. En el caso que aplica, será el instante de tiempo en la mitad de la variación de la sigmoide.



**Figura 4.3** Función sigmoide.

## 5 $A_{v6}$ variable y $N_C$ constante

### 5.1 Caso 1: Régimen bajo de giro, alto valor de compresión

El primer caso de estudio se hará a una velocidad de giro baja en el mapa de compresor. Para esta velocidad de giro se ha escogido un inicio del estudio a alta relación de compresión.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
<b>Caso 1</b>	44	5.3	0.7	0.086

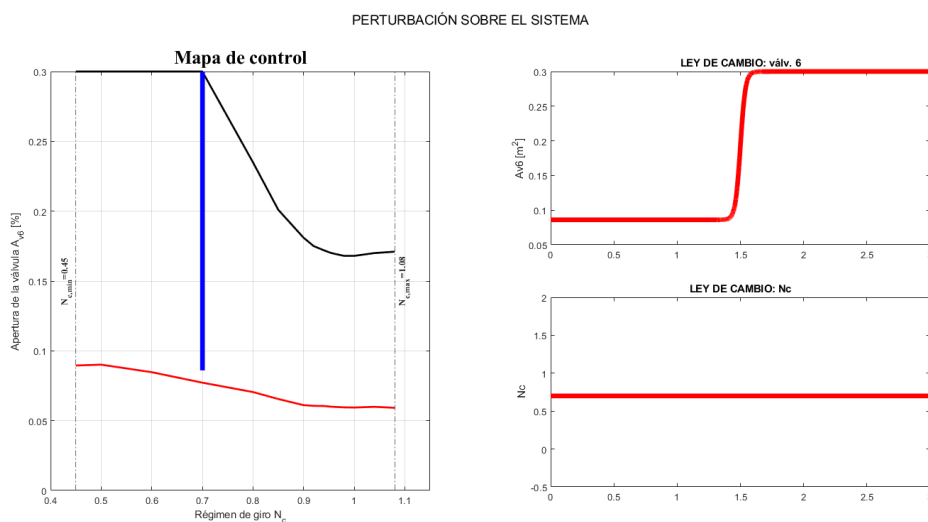
#### 5.1.1 Abrir válvula

##### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.086$
- $A_{v6,fin} = 0.3$

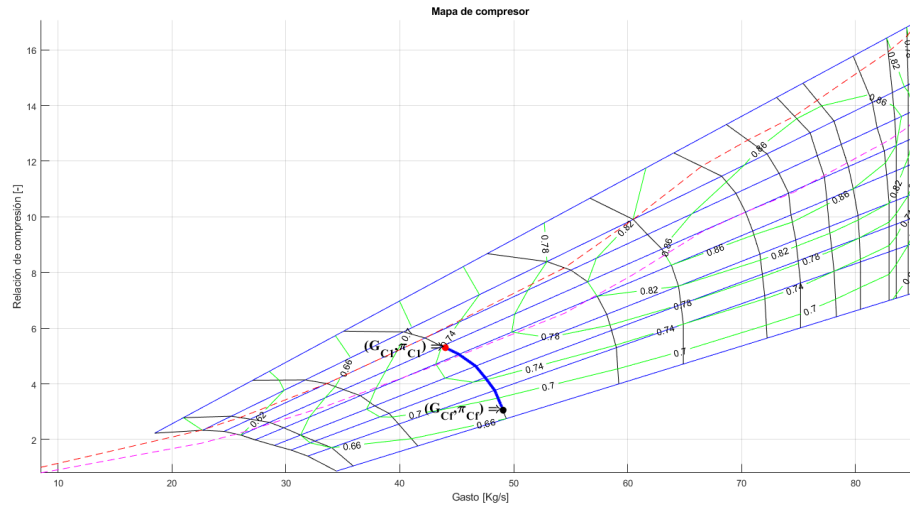
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.1** Mapa de control en el CASO 1 abriendo la válvula.

Esta ley de variación de la válvula será la mayor apertura a la que se someterá el sistema. Siendo una variación en la apertura del 28.67% al 100%.

### Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.2** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 1** abriendo la válvula.

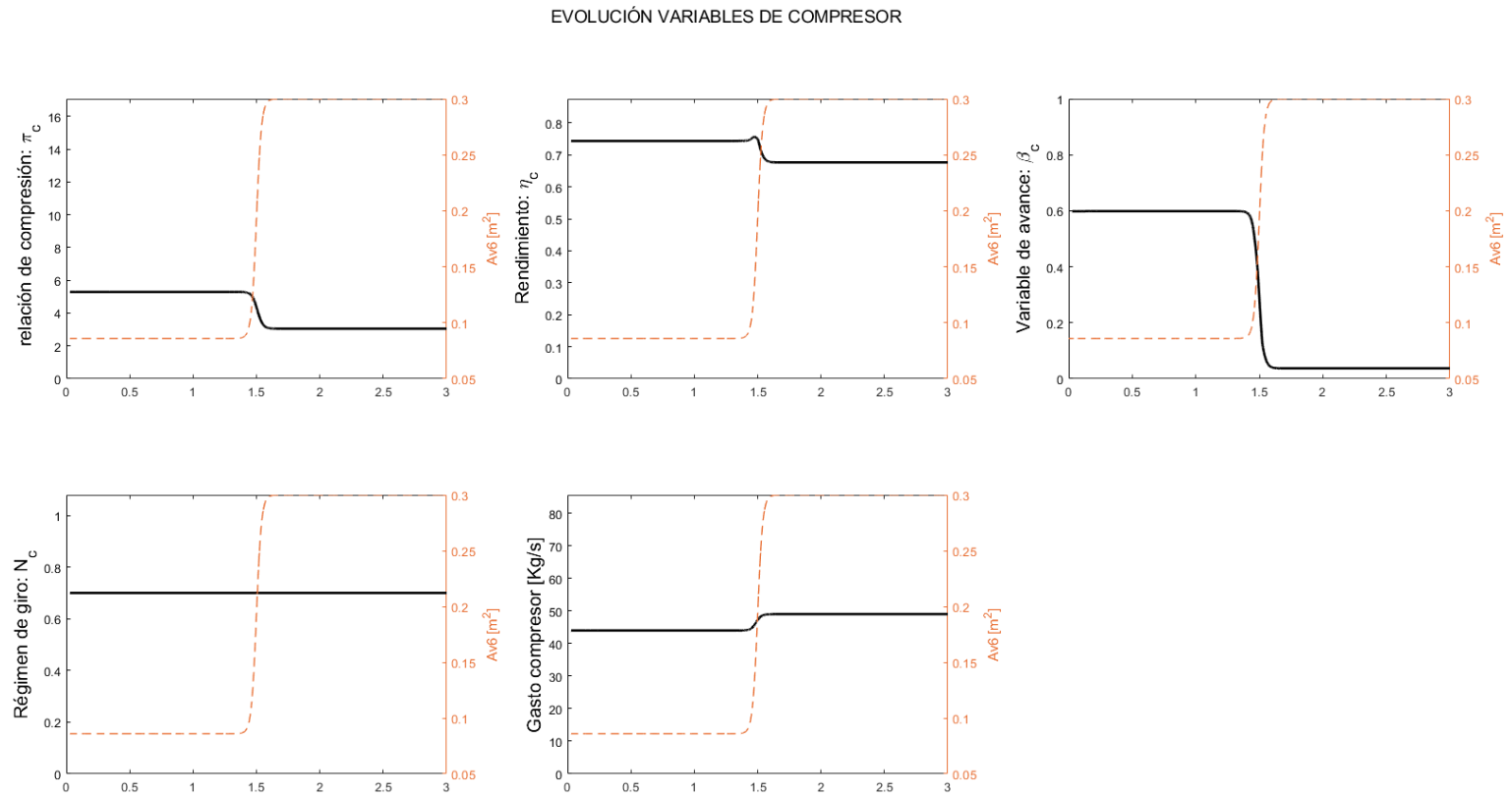
Como se muestra, es una variación considerable en las prestaciones del motor, ya que se recorre gran parte del mismo (dado el rango de apertura de la válvula).

Esto se muestra en las gráficas de la siguiente página, que determinan la variación de los parámetros del compresor:

- Relación de compresor  $\pi_C$ : Su variación es de  $5.294 \Rightarrow 3.054$  siendo una disminución en la relación de compresión. Esta relación de compresión es anormalmente baja y no se suele diseñar para trabajar en estas condiciones.
- Rendimiento  $\eta_C$ : Su variación es de  $0.7434 \Rightarrow 0.674$  que corresponde también a una disminución en su valor. En la gráfica se aprecia un pico en  $\eta_C = 0.7549$  debido a que pasa por una curva de nivel superior hasta alcanzar su valor en el nuevo estable.

El resto de variables se corresponden directamente con la variación del punto de operación y no son de relevancia su estudio en este caso.

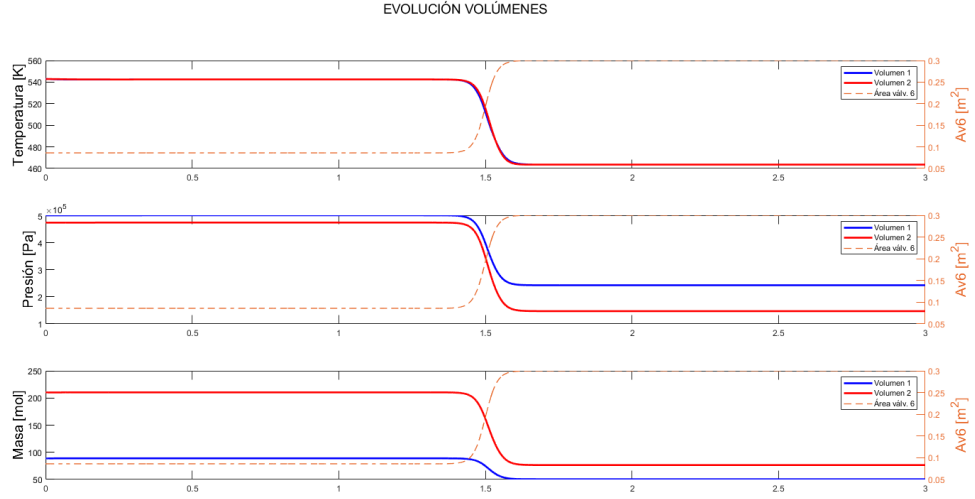
También se observa que el compresor responde **instantáneamente a la perturbación que se ejerce sobre el mismo**. Este comportamiento será común a todos los casos, por lo que no la respuesta no dependerá de la velocidad con la que se ejerza la perturbación, dada por el parámetro  $a$  en la función sigmoide.



**Figura 5.3** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 1** abriendo la válvula.

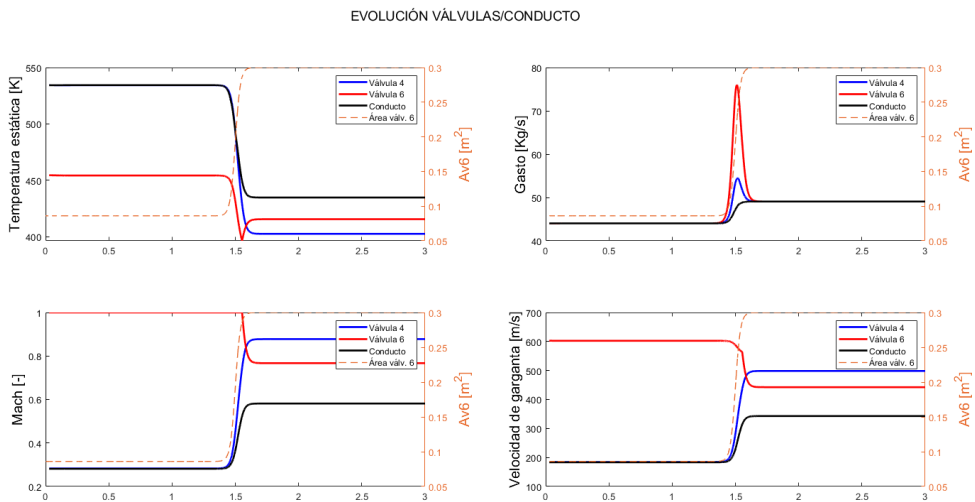
## Variación de parámetros del resto del sistema

Aunque no sea el objetivo del estudio, se propone una breve explicación sobre lo que pasa en el resto del sistema a modo de apunte.



**Figura 5.4** Evolución de los volúmenes en el CASO 1 abriendo la válvula.

Los volúmenes, ante un **aumento** en el gasto circulante responden como cabría esperar: Las temperaturas llegan a otro estable de menor valor en el que se igualan, las presiones en los depósitos disminuyen y se separan (esto es debido a que el aumento del área de paso en la válvula 6 hace que las presiones del PLENUM se acerquen más a las ambiente) y la masa de ambos depósitos disminuye, siendo este efecto más considerable en el volumen PLENUM que en el volumen del compresor, ya que la perturbación se ejerce a la salida del volumen PLENUM.



**Figura 5.5** Evolución de los válvulas en el CASO 1 abriendo la válvula.

En cuanto a la evolución de las variables de las válvulas y el conducto sus variables principales son el gasto circulante y el Mach en la garganta de paso de cada un de los elementos.

El gasto circulante entre los elementos son iguales en el estado inicial y el final, ya que se pasa de un estado a otro del sistema y el gasto del conjunto es el mismo para todos los elementos por los que pasa el fluido. Sin embargo, cuando se produce la variación en el área, se observa un pico correspondiente a esta variación y, consiguientemente, se alcanza el estable de nuevo. **Esta variable es la única que es sensible a la velocidad de variación de apertura.**

Se observa en el Mach cómo tras la apertura se consigue una relación de presiones entre el PLENUM y el exterior que hace que la válvula 6 se desbloquee. En la válvula 4 se producen condiciones que están fuera de diseño ( $M_{v4} > 0.5$ ), por lo que se puede concluir que este no es un buen punto de operación del compresor.

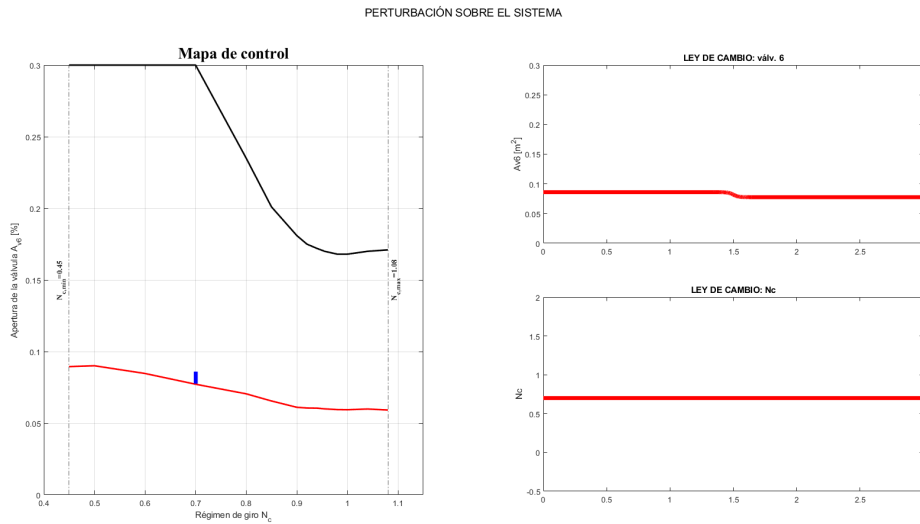
### 5.1.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.086$
- $A_{v6,fin} = 0.0772$

Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.6** Mapa de control en el CASO 1 cerrando la válvula.

Esta ley de variación representa un cambio en la apertura del 28.67 % al 25.73 %. Por lo que no supondrá un cambio resaltante en las variables tanto del compresor como del sistema.

Variación en el mapa del compresor

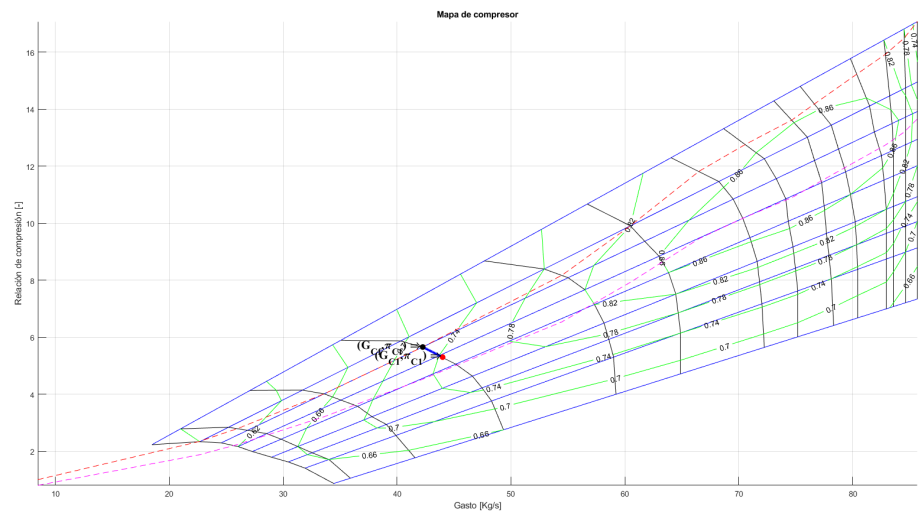
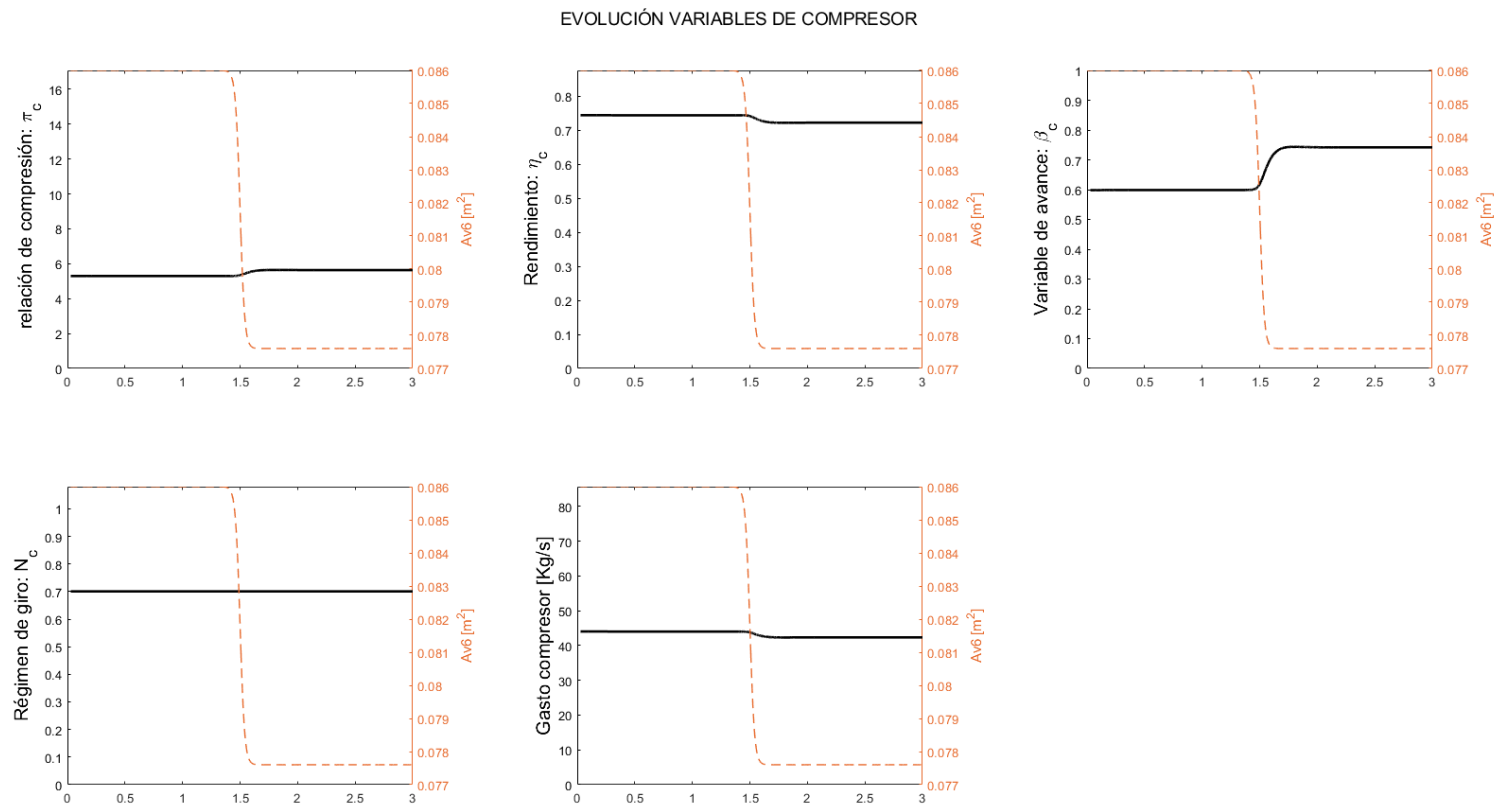


Figura 5.7 Evolución del mapa de control en el **CASO 1** cerrando la válvula.





**Figura 5.8** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 1** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

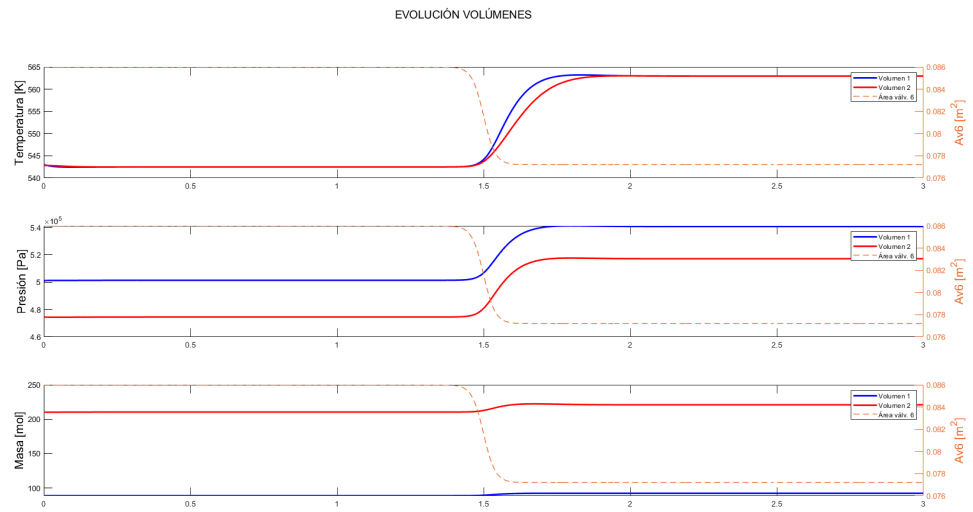


Figura 5.9 Evolución de los volúmenes en el CASO 1 cerrando la válvula.

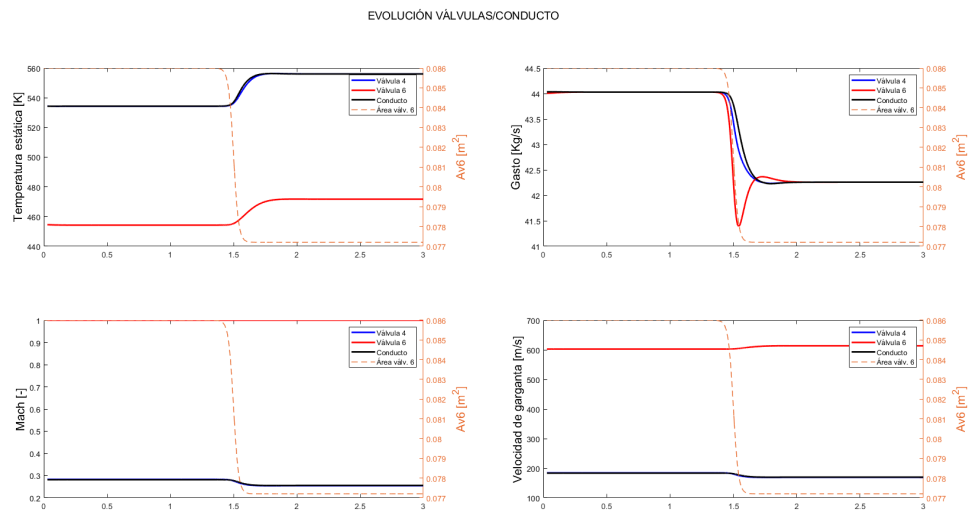


Figura 5.10 Evolución de los válvulas en el CASO 1 cerrando la válvula.

## 5.2 Caso 2: Régimen bajo de giro, bajo valor de compresión

El segundo caso de estudio se hará para la misma velocidad de giro que en el caso anterior, es decir, baja en el mapa de compresor y se comenzará a provocar la perturbación en una relación de compresión baja.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
<b>Caso 2</b>	48.35	3.75	0.7	0.153

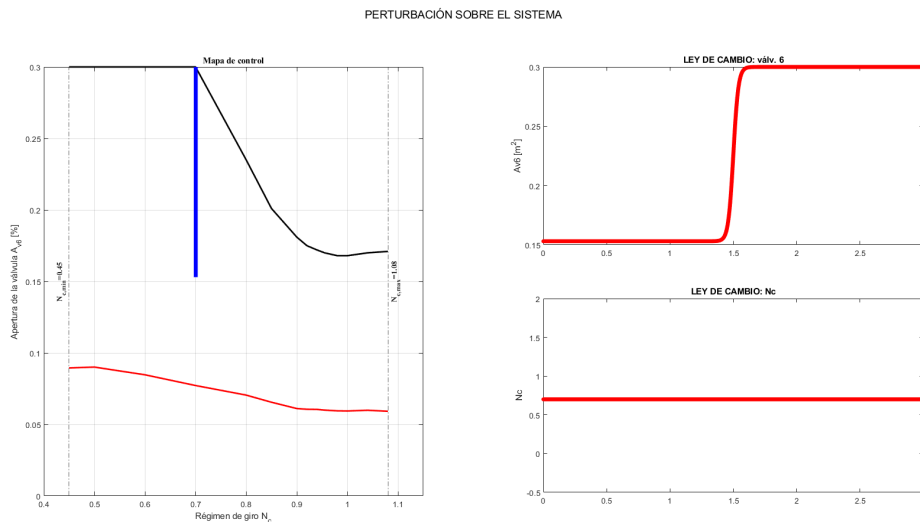
### 5.2.1 Abrir válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.153$
- $A_{v6,fin} = 0.3$

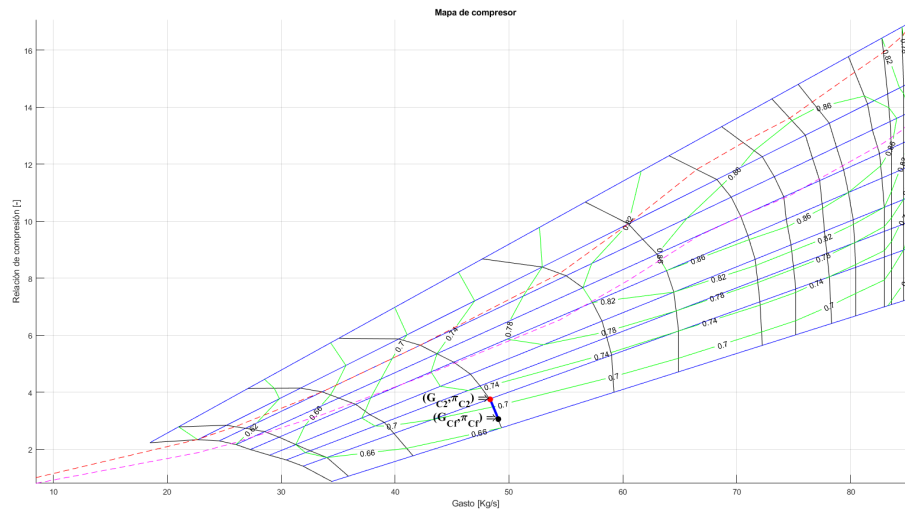
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.11** Mapa de control en el **CASO 2** abriendo la válvula.

De nuevo, dado que este caso se encuentra en la misma velocidad de giro del compresor, se permite la apertura completa, ya que no hay impedimento por el que se pueda salir del mapa. La apertura va desde el 51 % al 100 %.

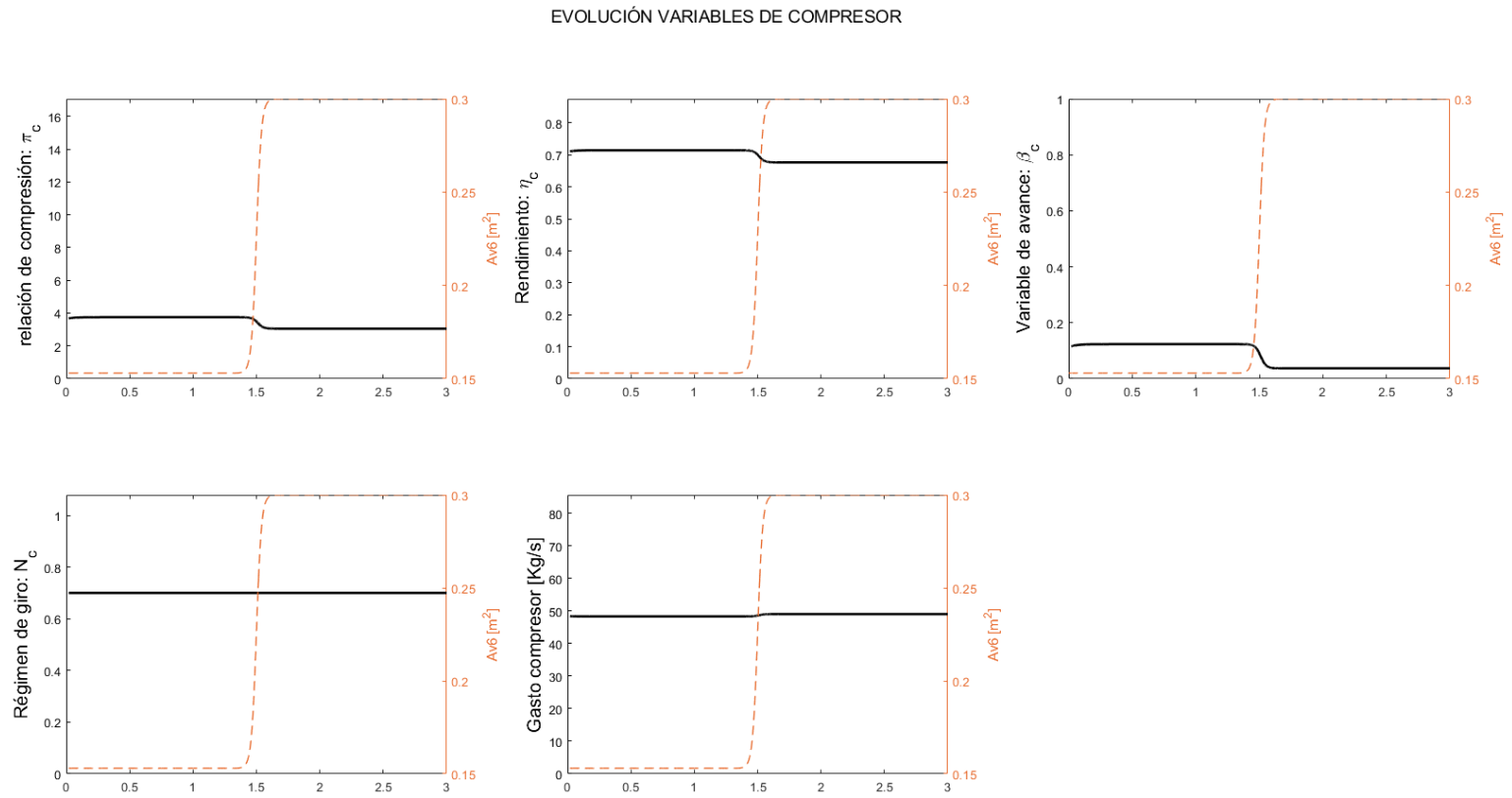
## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.12** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 2** abriendo la válvula.

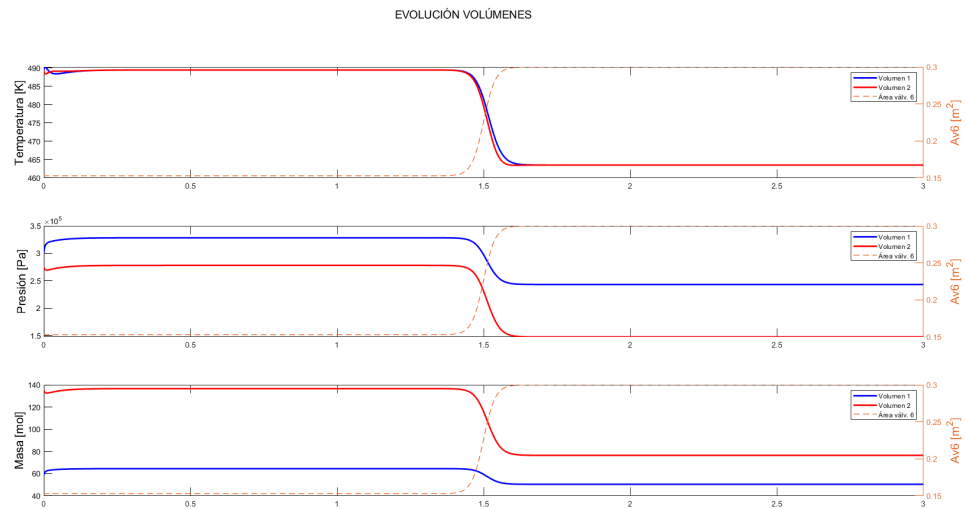
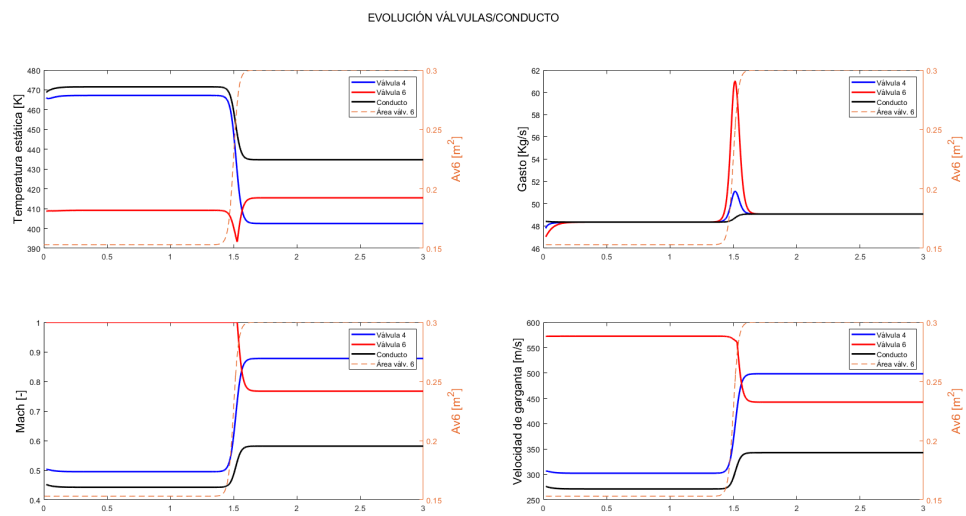
Como se observa, aunque se produzca un cambio en la apertura del 51 % al 100 %, la variación que ocurre en el mapa es poco perceptible y, por tanto, también lo serán sus parámetros.

De este caso se puede concluir que el compresor **No es sensible a la apertura de la válvula 6** para valores de **Relación de Compresión y Gasto lo suficientemente bajos**.



**Figura 5.13** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 2** abriendo la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.14 Evolución de los volúmenes en el **CASO 2** abriendo la válvula.Figura 5.15 Evolución de los válvulas en el **CASO 2** abriendo la válvula.

Como adición al comentario anterior, cabe decir que para una apertura de la válvula 6 tan repentina, se produce un cambio en el gasto de esta que reacciona de forma instantánea pero que regresa de igual forma al nuevo estable que, dado que el compresor no es muy sensible a estas variaciones, no estará muy alejado del primer estable.

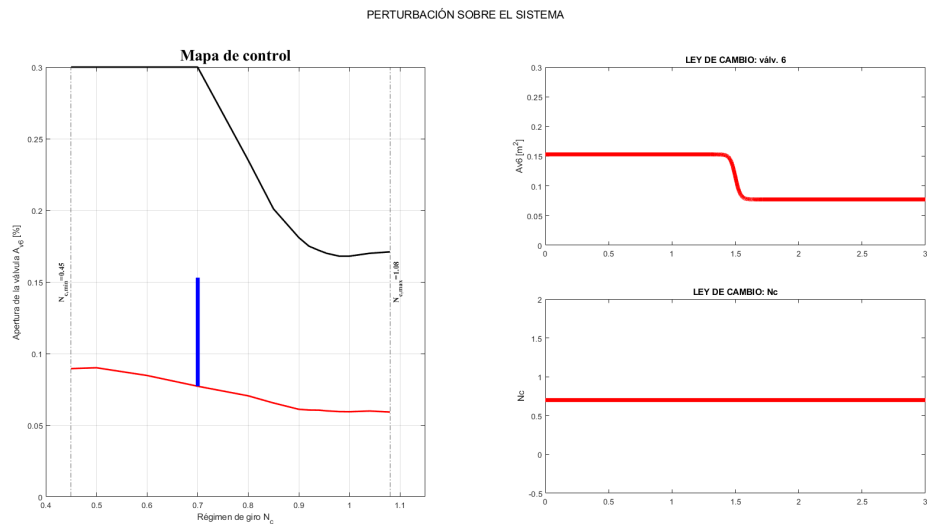
### 5.2.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.153$
- $A_{v6,fin} = 0.0772$

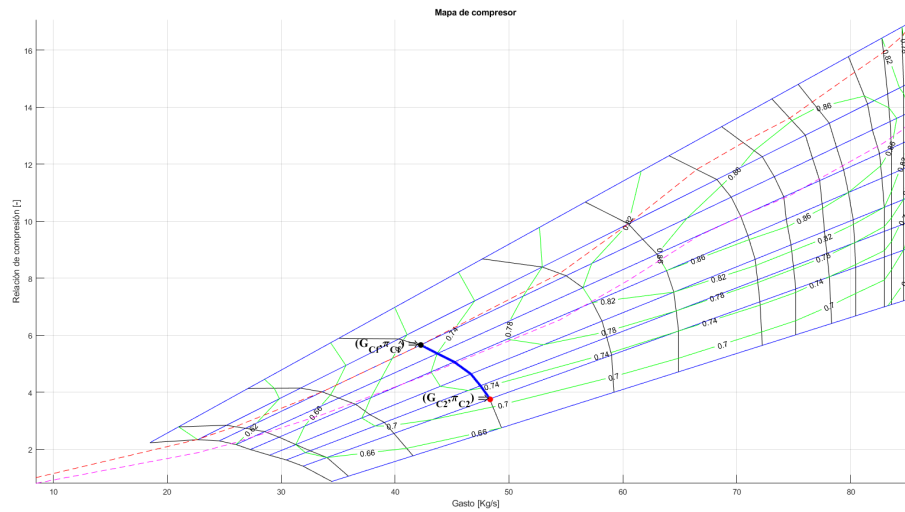
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.16** Mapa de control en el **CASO 2** cerrando la válvula.

Esta ley de válvula corresponde a un cierre de la misma de un 51 % a un 25.73%.

## Variación en el mapa del compresor

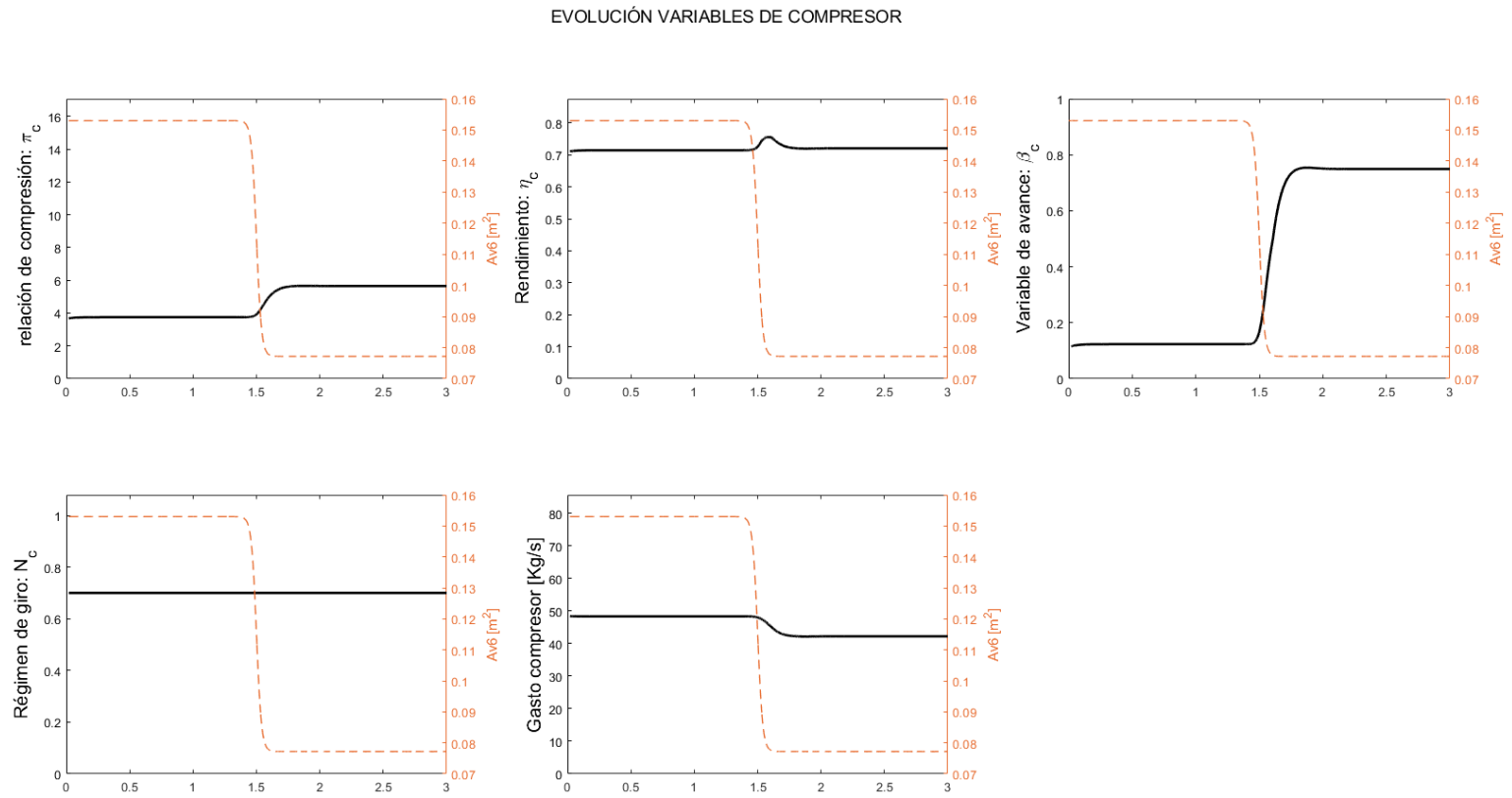


**Figura 5.17** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 2** cerrando la válvula.

A diferencia del caso anterior, es notable que para un cierre de un 25 % (la mitad que la variación de la apertura) aproximadamente, se produce un movimiento destacable en el punto de operación. Esto podría traer la conclusión contraria al caso de apertura (el compresor sí que es sensible al cierre de la válvula). No obstante, se estudiarán más casos para poder concluir esta suposición.

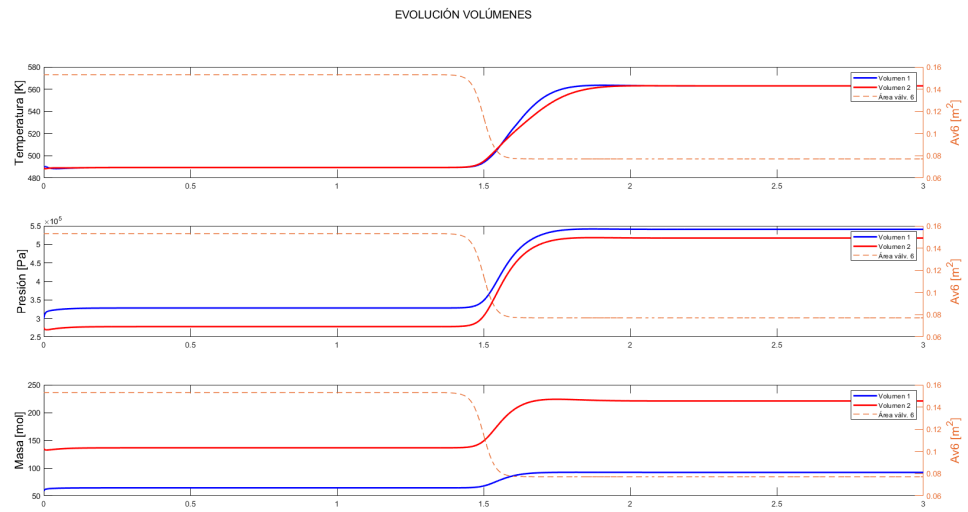
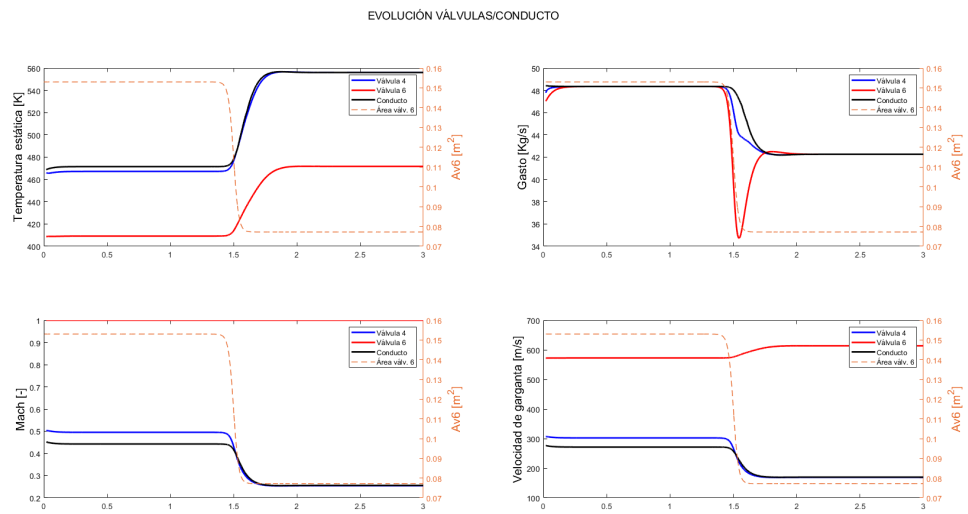
En cuanto a las variables del compresor, como se pueden ver, se tiene un cambio perceptible en la relación de compresión del mismo, pasando de 3.752 a 5.655. No obstante, es en la variable  $\beta$  en la que se puede observar el cambio más agudo en la posición del punto de operación.





**Figura 5.18** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 2** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.19 Evolución de los volúmenes en el **CASO 2** cerrando la válvula.Figura 5.20 Evolución de los válvulas en el **CASO 2** cerrando la válvula.

### 5.3 Caso 3: Régimen medio de giro, alto valor de compresión

En este caso se comienzan a estudiar las velocidades medias del compresor, en concreto, se comenzará estudiando una relación de compresión alta para este rango de velocidad de giro.

Este caso es el que se ha tomado como referencia para el escalado del sistema, por lo que este punto sería el estado más normal de operación del compresor.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
<b>Caso 3</b>	70	10	0.9	0.076

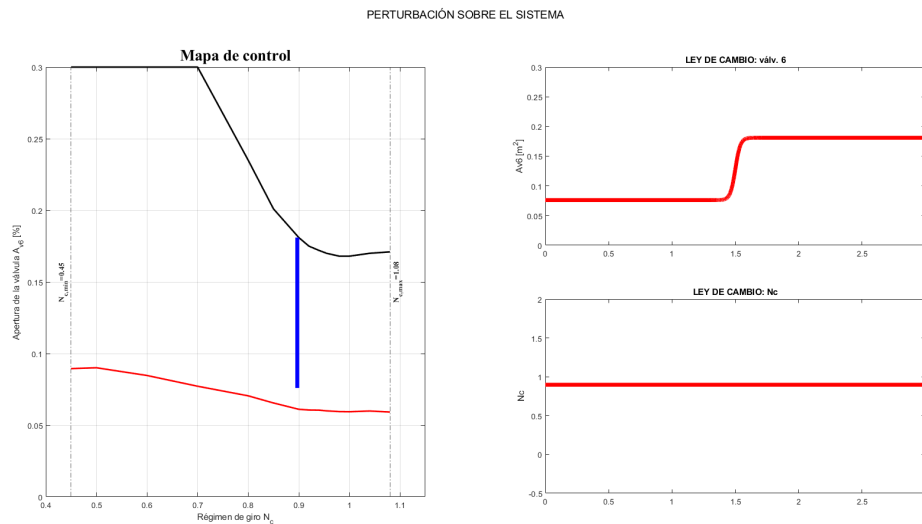
#### 5.3.1 Abrir válvula

##### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.076$
- $A_{v6,fin} = 0.181$

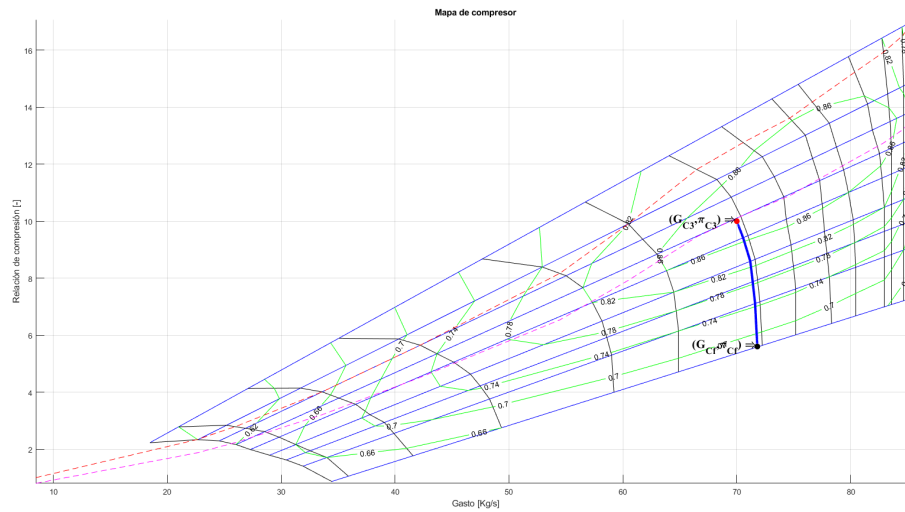
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.21** Mapa de control en el **CASO 3** abriendo la válvula.

Para este caso de apertura empiezan a aplicar la restricción en apertura máxima, ya que se llega al límite inferior del sistema. Se produce una apertura del 25.33 % al 60.33 %, siendo esta una apertura considerable pero no tanto como en el primero de los casos.

## Variación en el mapa del compresor

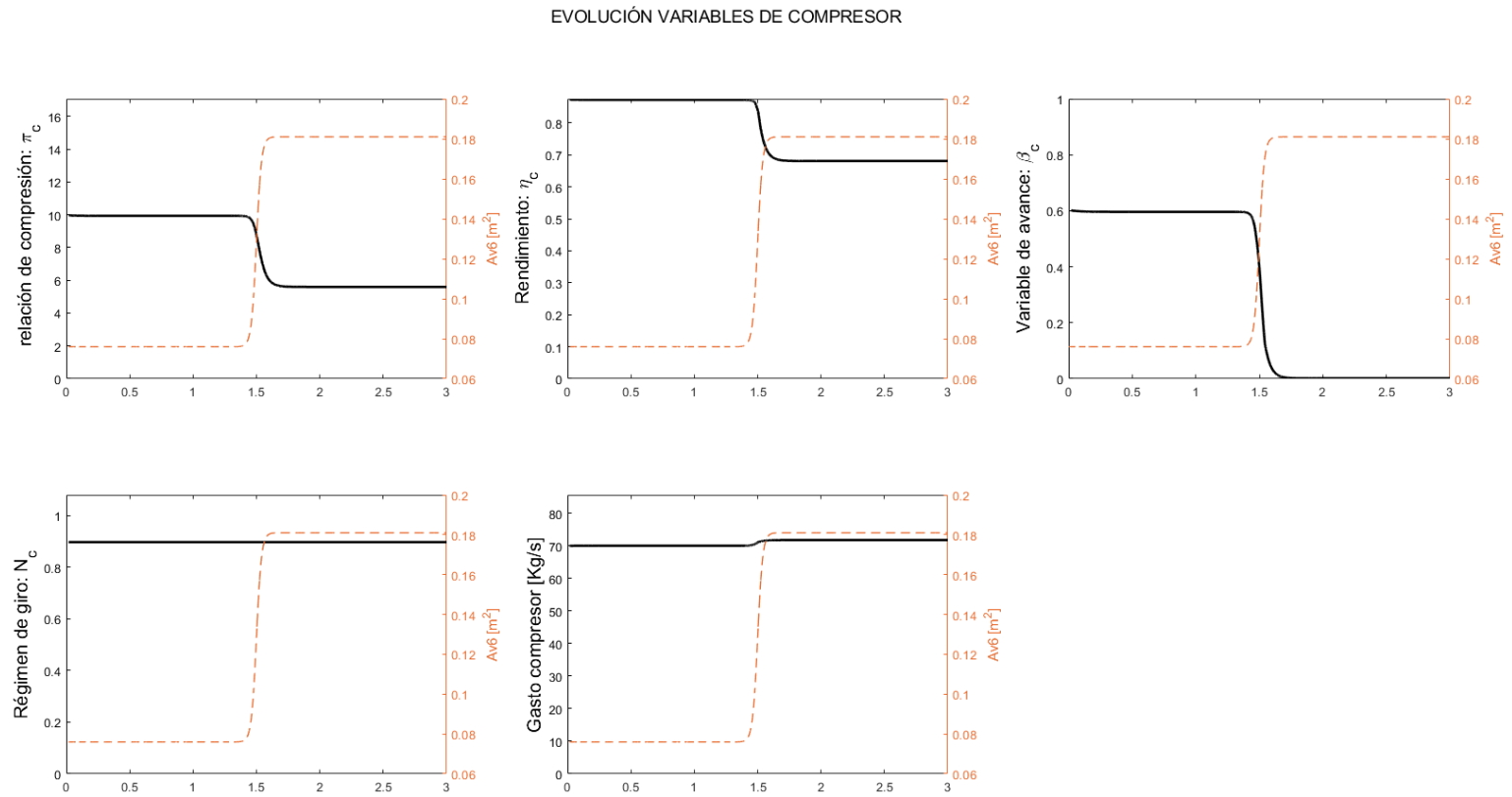


**Figura 5.22** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 3** abriendo la válvula.

Como se observa, el mapa recorre buena parte de la línea de  $N_C$  constante, lo que se puede observar en la variación del parámetro  $\beta$  de la siguiente figura. Ello trae consigo un cambio igual de considerable para las demás variables más importantes del compresor ( $\pi_C$  y  $\eta_C$ ).

Se comienza a observar la verticalidad de las líneas con respecto a los casos anteriores, ya que un pequeño cambio en el gasto hace que se produzcan cambios importantes en las variables del compresor.

También se corrobora que se parte del punto de operación de diseño del compresor, ya que el rendimiento parte de su máximo.



**Figura 5.23** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 3** abriendo la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

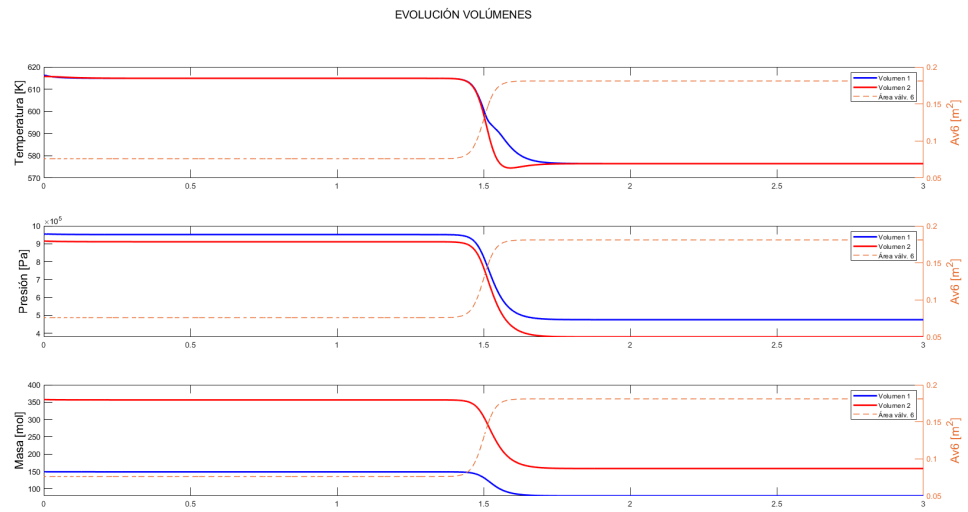


Figura 5.24 Evolución de los volúmenes en el CASO 3 abriendo la válvula.

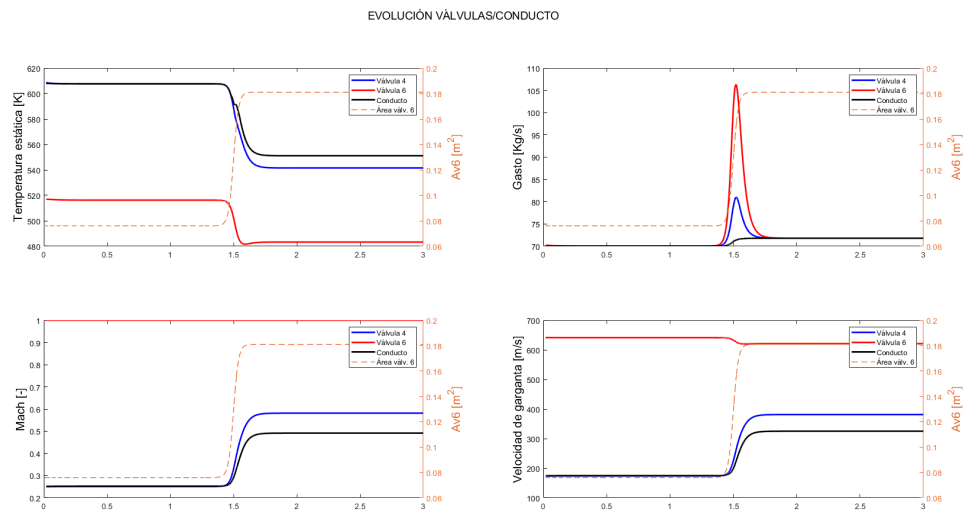


Figura 5.25 Evolución de los válvulas en el CASO 3 abriendo la válvula.

Existe un cambio destacable en la gráfica del gasto circulante en el depósito con respecto a los casos anteriores: En comparación con los casos donde la velocidad de giro es menor, **las líneas de velocidad de giro constante se hacen más verticales**, produciendo así que la diferencia en el gasto circulante por el sistema sea mucho menor, tal como se ve en esta gráfica.

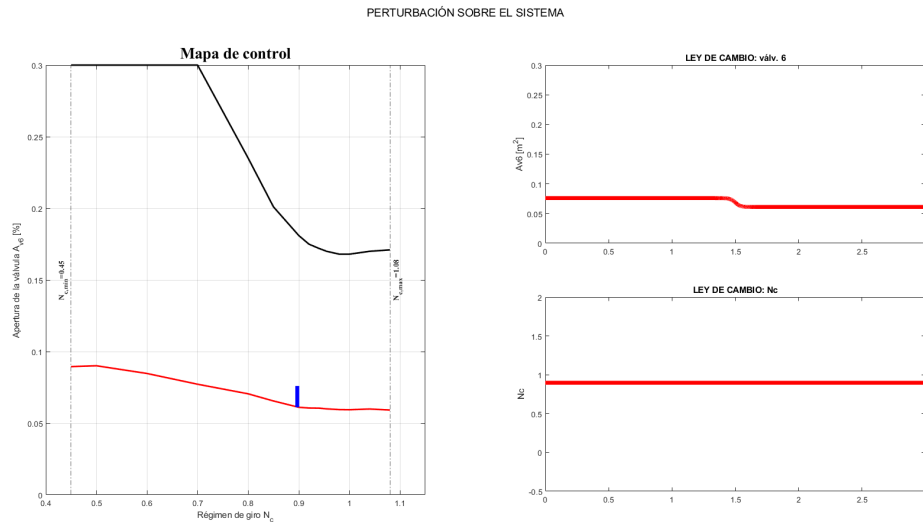
### 5.3.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.076$
- $A_{v6,fin} = 0.0611$

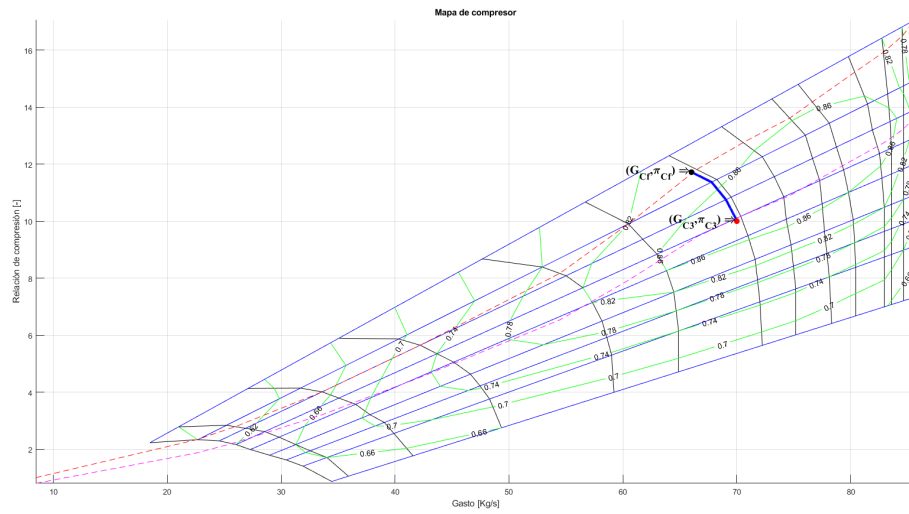
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.26** Mapa de control en el **CASO 3** cerrando la válvula.

La ley de variación en este caso debe ser pequeña para que no se llegue a condiciones de bombeo. Variando entre el 25.33 % al 20.37 % de apertura de la válvula.

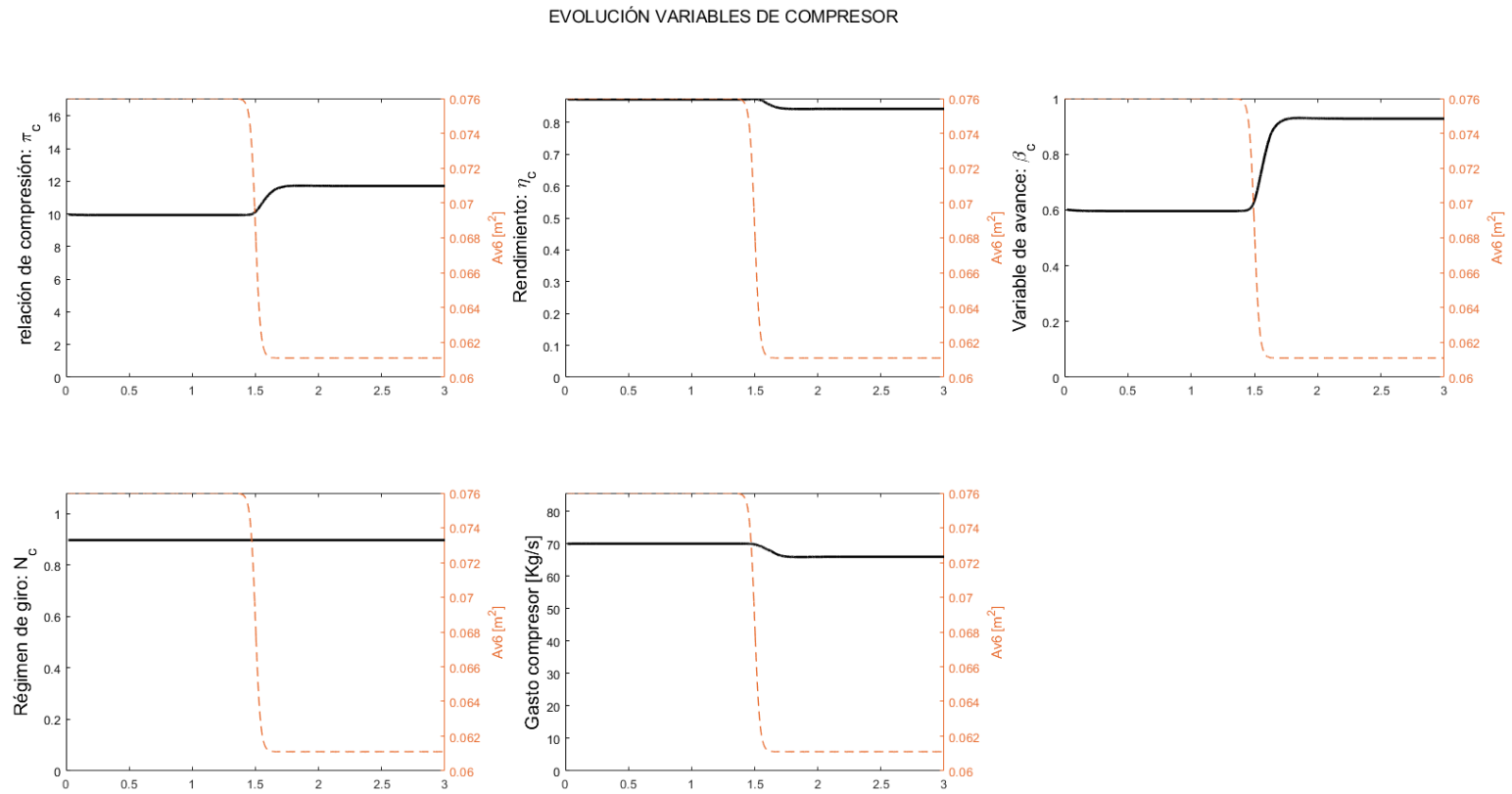
## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.27** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 3** cerrando la válvula.

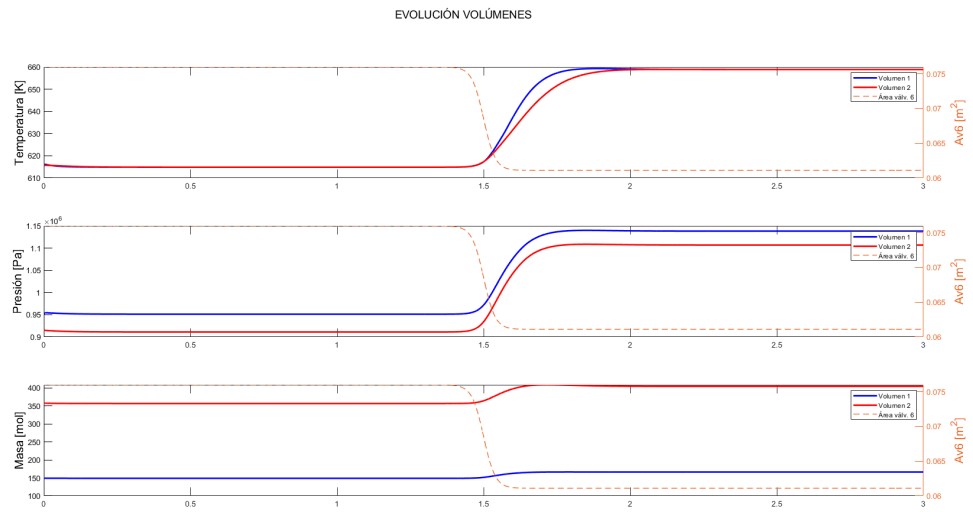
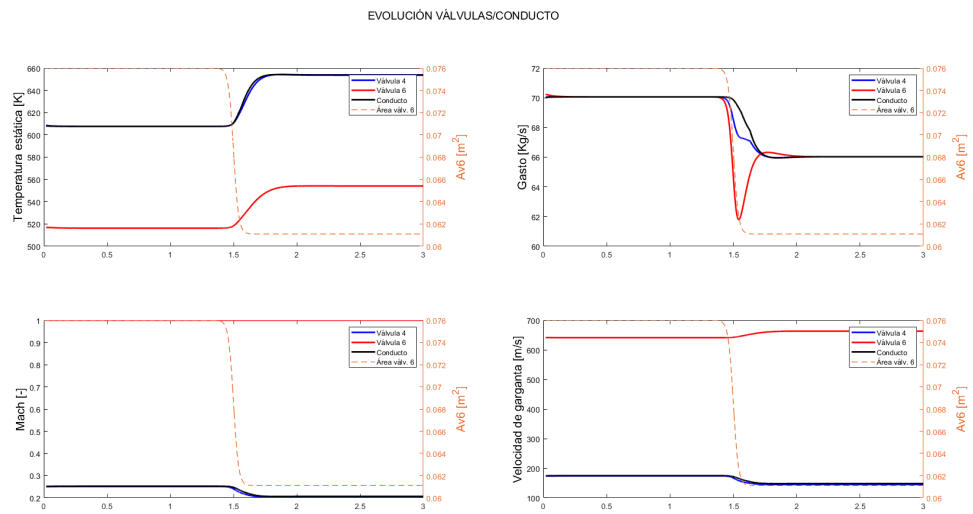
Se observa una evolución relativamente pronunciada en el punto de operación que conlleva un cambio también en la variable **Relación de compresión**.





**Figura 5.28** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 3** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.29 Evolución de los volúmenes en el **CASO 3** cerrando la válvula.Figura 5.30 Evolución de los válvulas en el **CASO 3** cerrando la válvula.

5.4 Caso 4: Régimen medio de giro, bajo valor de compresión

En este caso se utiliza la velocidad de giro del estudio anterior partiendo de una relación de compresión menor.

Este caso es el que se ha tomado como referencia para el escalado del sistema, por lo que este punto sería el estado más normal de operación del compresor.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
Caso 4	71.68	6.5	0.9	0.137

5.4.1 Abrir válvula

Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
  - $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.137$
  - $A_{v6,fin} = 0.181$

Tal como se muestra en el mapa de control:

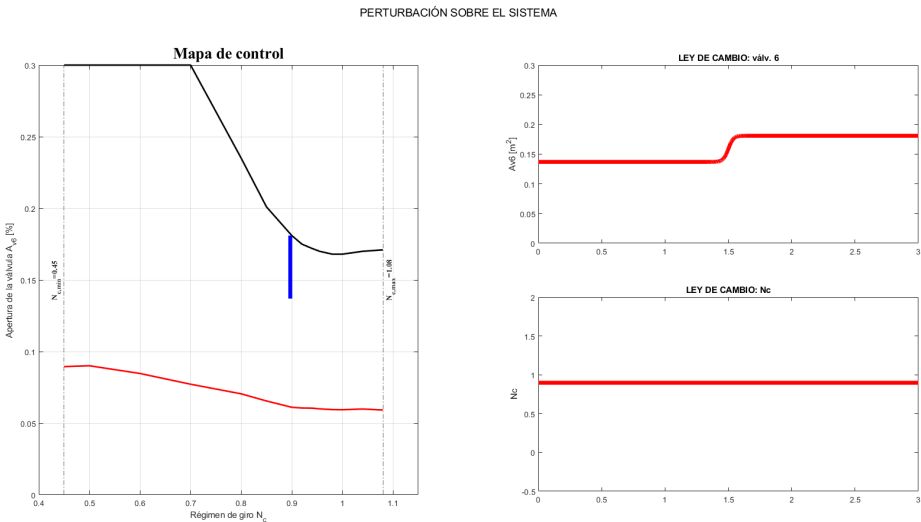
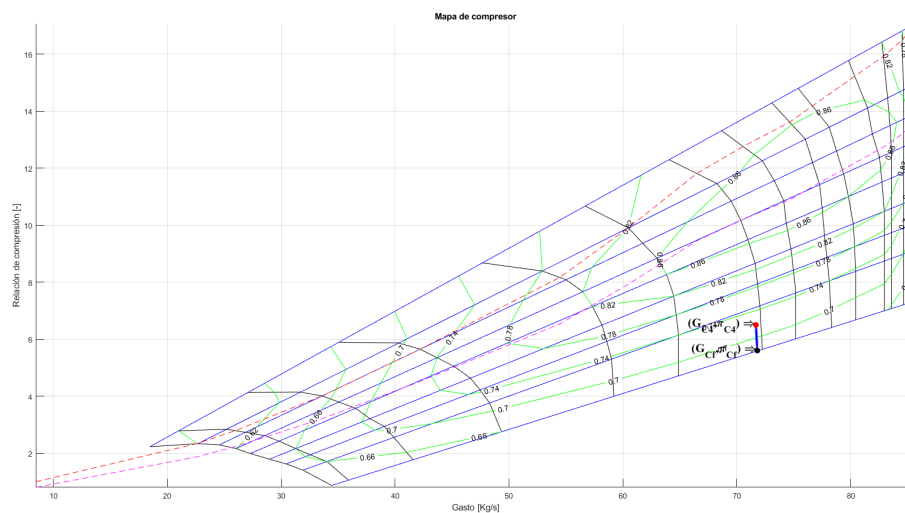


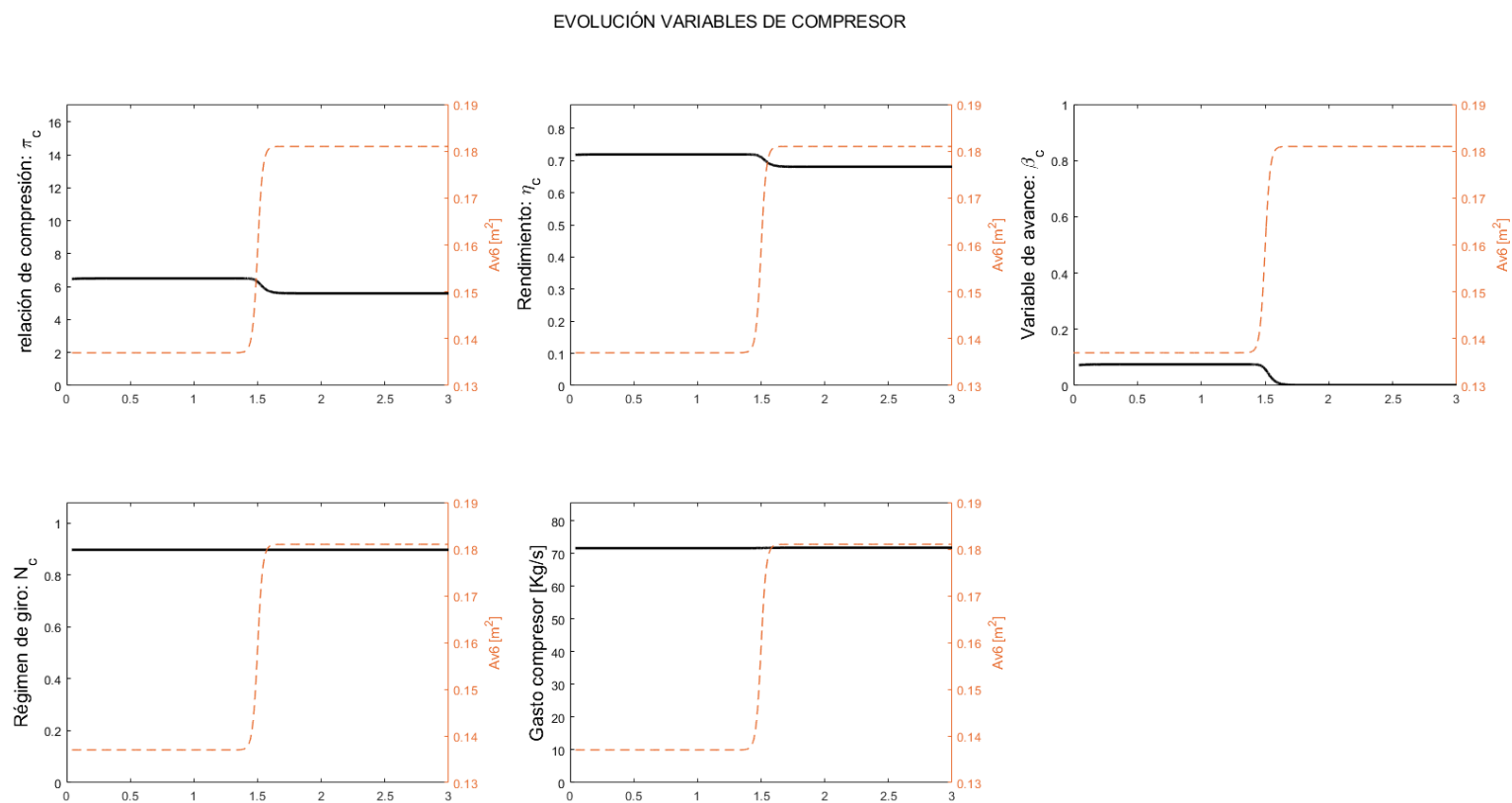
Figura 5.31 Mapa de control en el CASO 4 abriendo la válvula.

## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.32** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 4** abriendo la válvula.

La apertura es considerablemente menor que en el caso anterior, por lo que no será necesario ningún comentario sobre esta evolución.



**Figura 5.33** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 4** abriendo la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

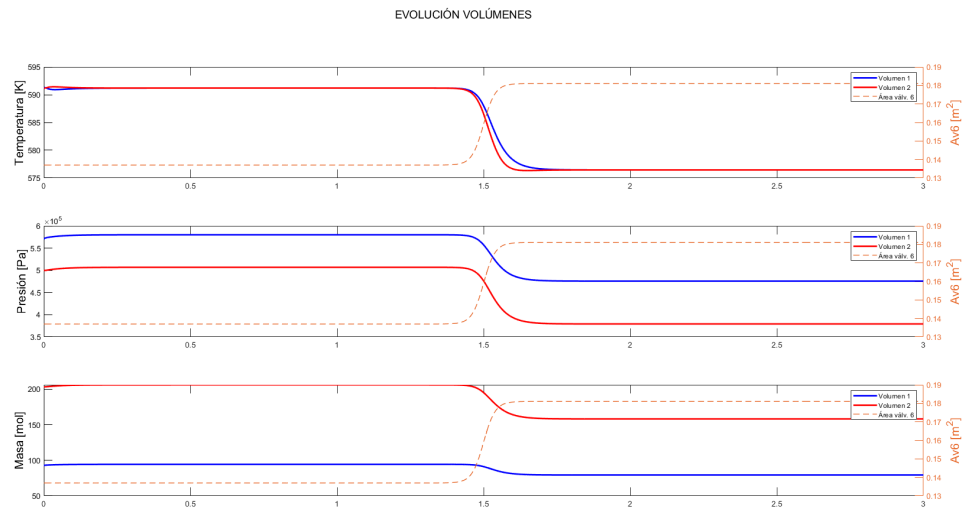


Figura 5.34 Evolución de los volúmenes en el CASO 4 abriendo la válvula.

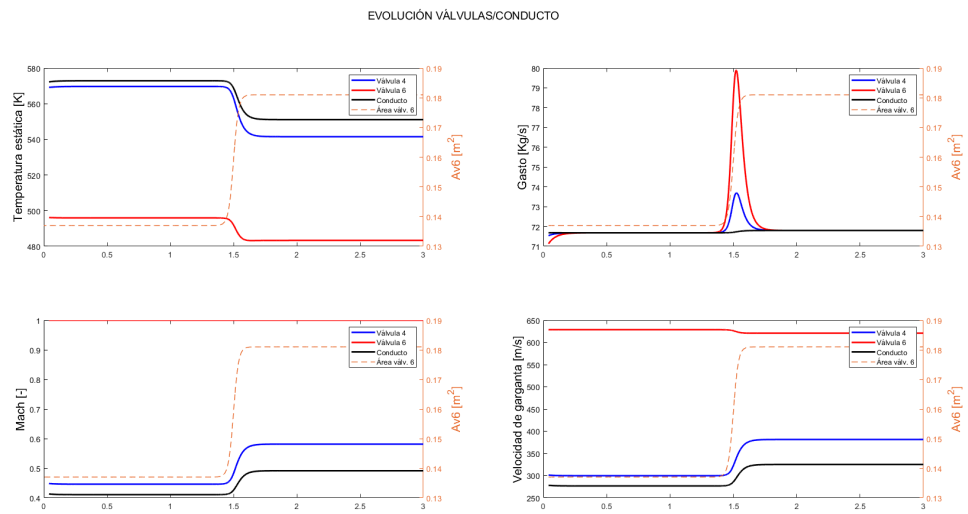


Figura 5.35 Evolución de los válvulas en el CASO 4 abriendo la válvula.

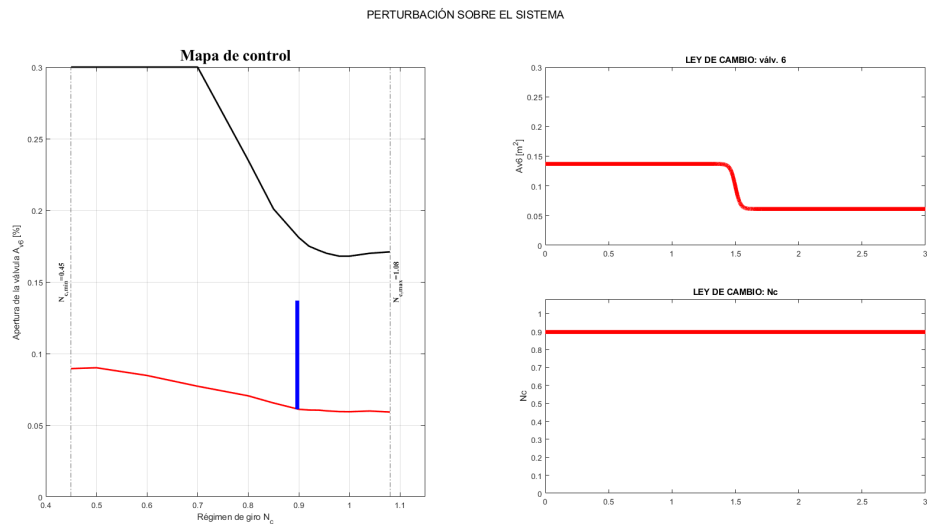
### 5.4.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.137$
- $A_{v6,fin} = 0.0611$

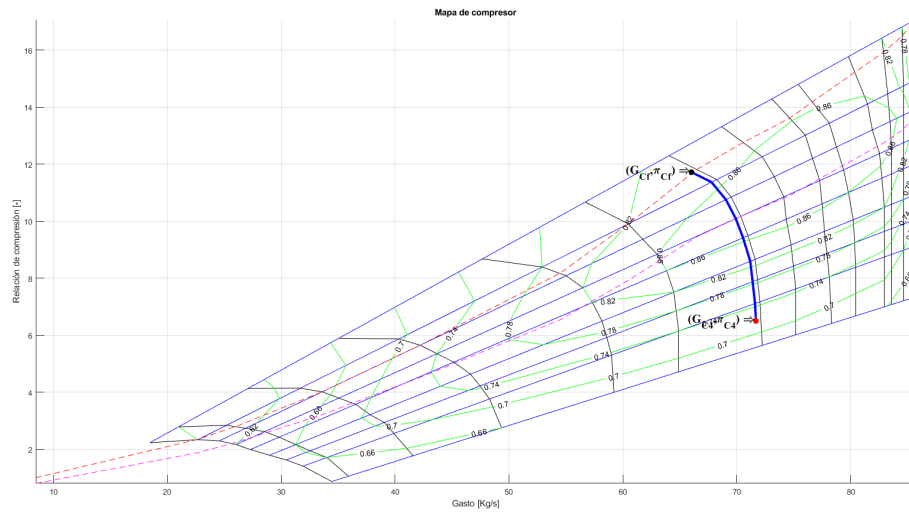
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.36** Mapa de control en el **CASO 4** cerrando la válvula.

Para esta velocidad de giro, es el cierre más pronunciado, siendo una evolución del 45.67 % al 20.33 %.

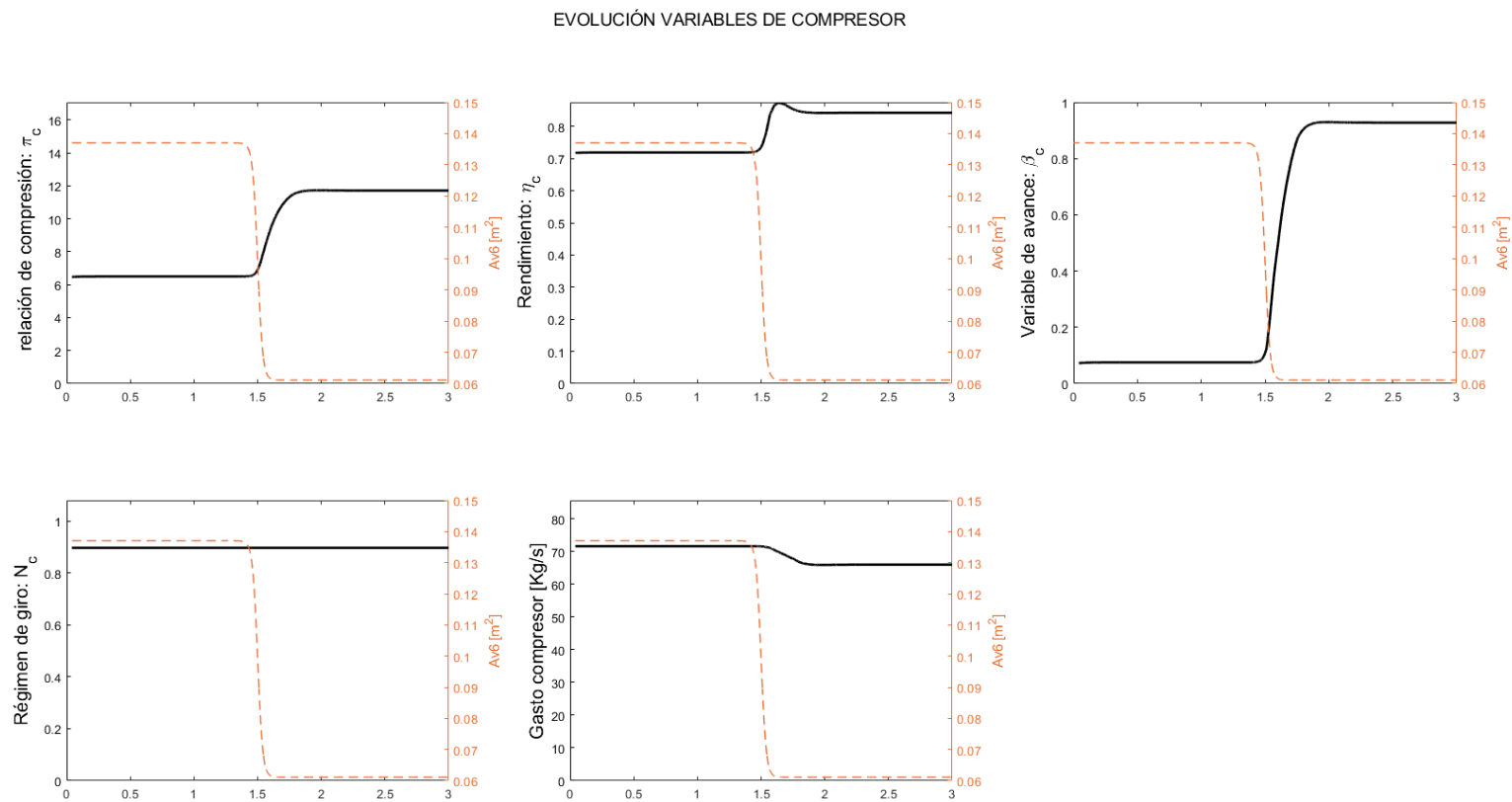
## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.37** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 4** cerrando la válvula.

Este cierre conlleva una gran variación en las variables  $\pi_c$  y  $\beta$  pero, sin embargo, el gasto circulante por el compresor apenas cambia.





**Figura 5.38** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 4** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

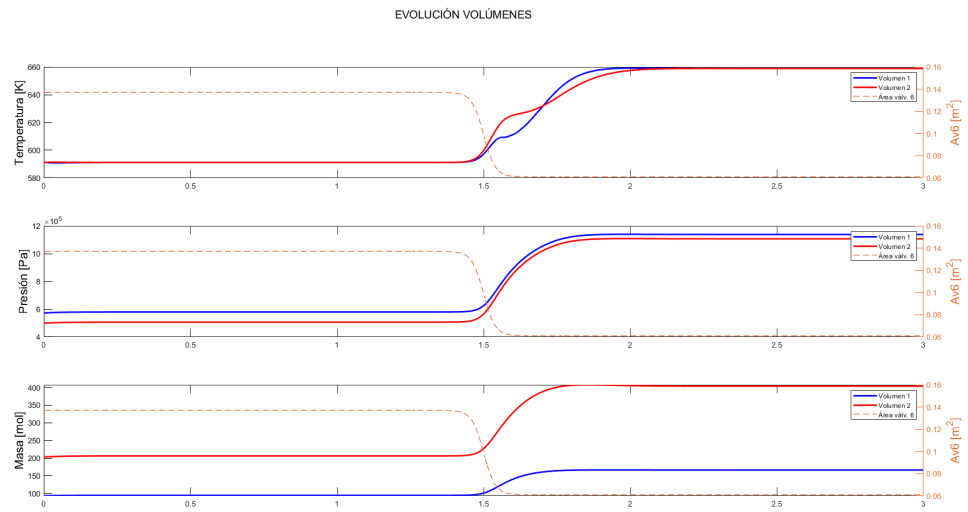


Figura 5.39 Evolución de los volúmenes en el CASO 4 cerrando la válvula.

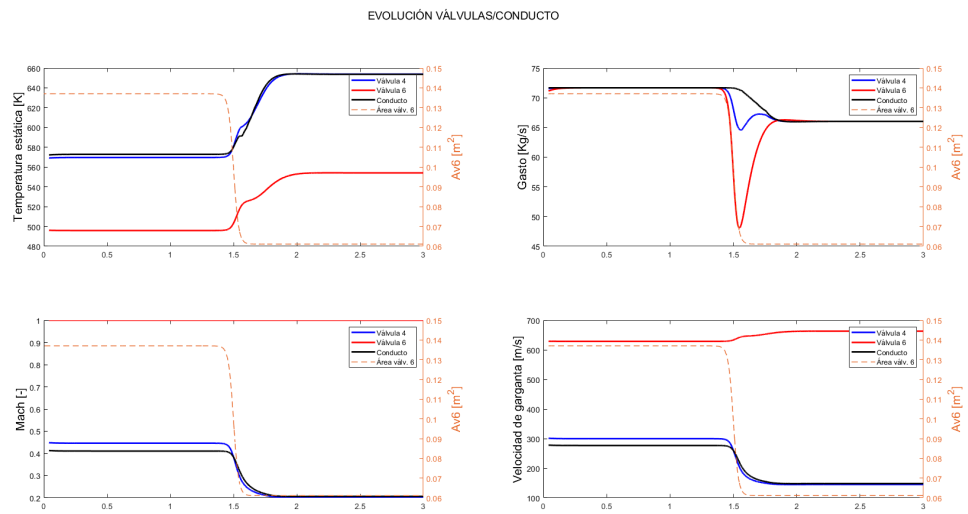


Figura 5.40 Evolución de los válvulas en el CASO 4 cerrando la válvula.

## 5.5 Caso 5: Régimen alto de giro, alto valor de compresión

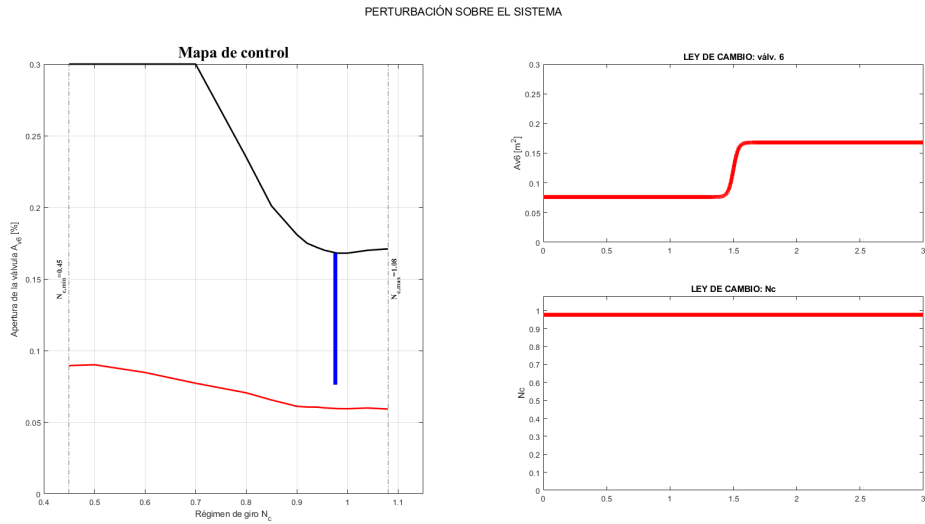
### 5.5.1 Abrir válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.0762$
- $A_{v6,fin} = 0.168$

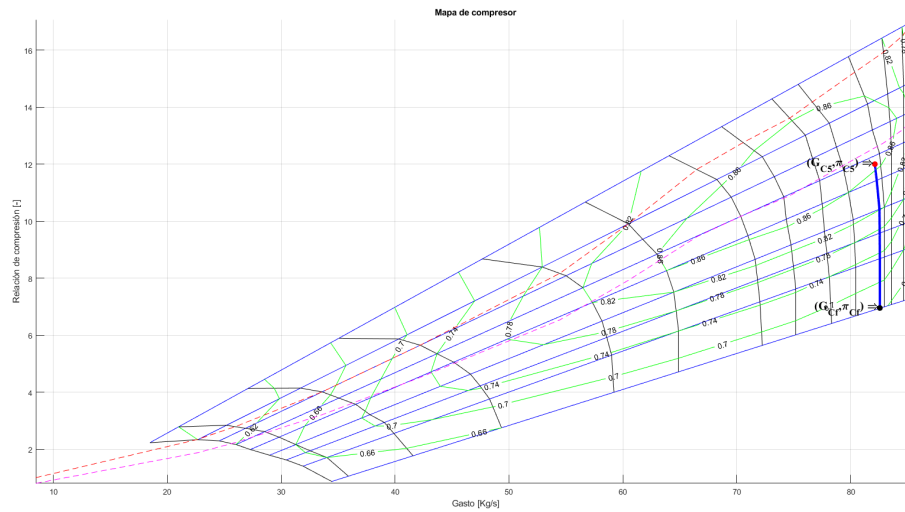
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.41** Mapa de control en el **CASO 5** abriendo la válvula.

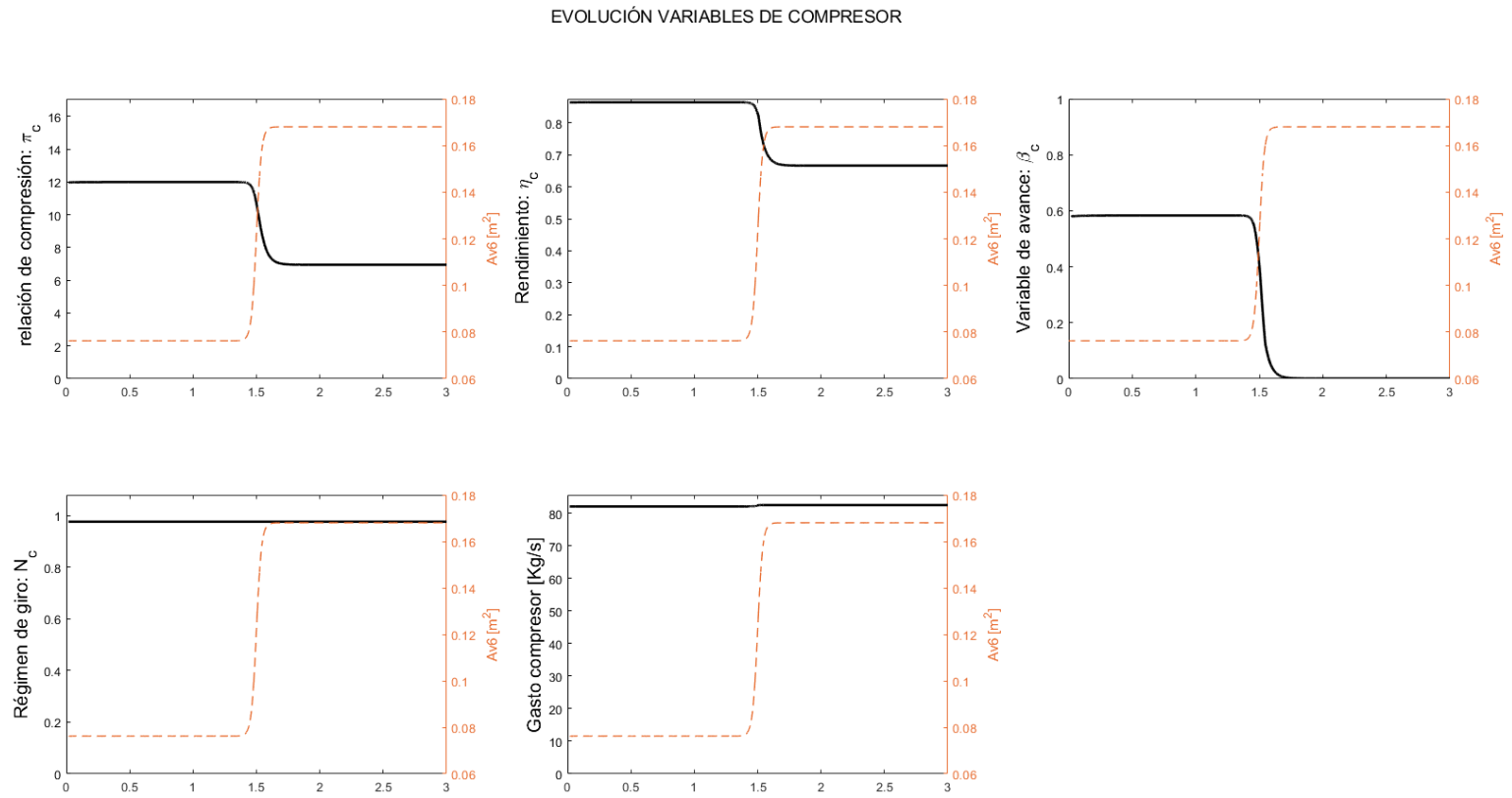
Será la mayor apertura para esta velocidad de giro, siendo del 56% al 25.4%.

## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.42** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 5** abriendo la válvula.

Para esta velocidad de giro no habrá cambios apreciables en el gasto circulante por el compresor, dado que las líneas de  $N_C$  constante son casi verticales en este entorno. Como se observa, sí que se producen cambios en las demás variables, conllevando una reducción importante en la relación de compresión y el rendimiento del mismo.



**Figura 5.43** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 5** abriendo la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

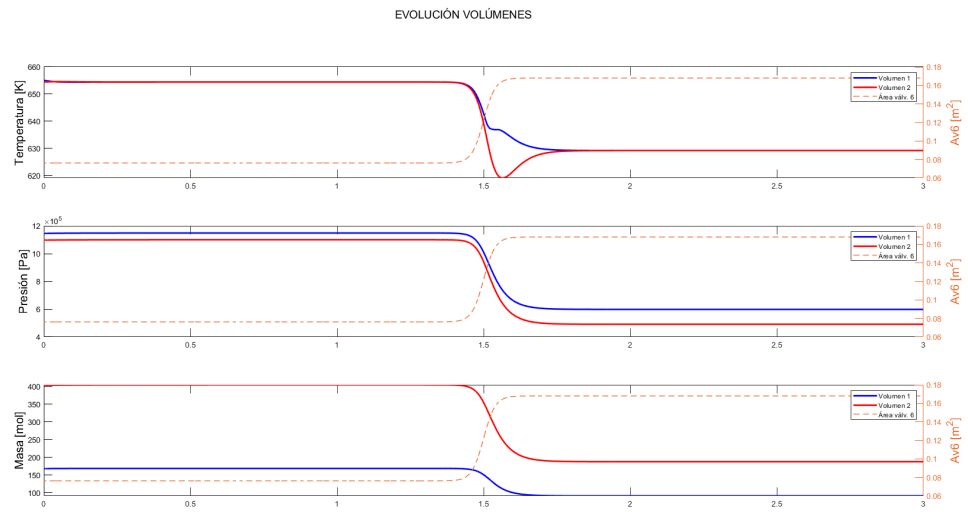


Figura 5.44 Evolución de los volúmenes en el CASO 5 abriendo la válvula.

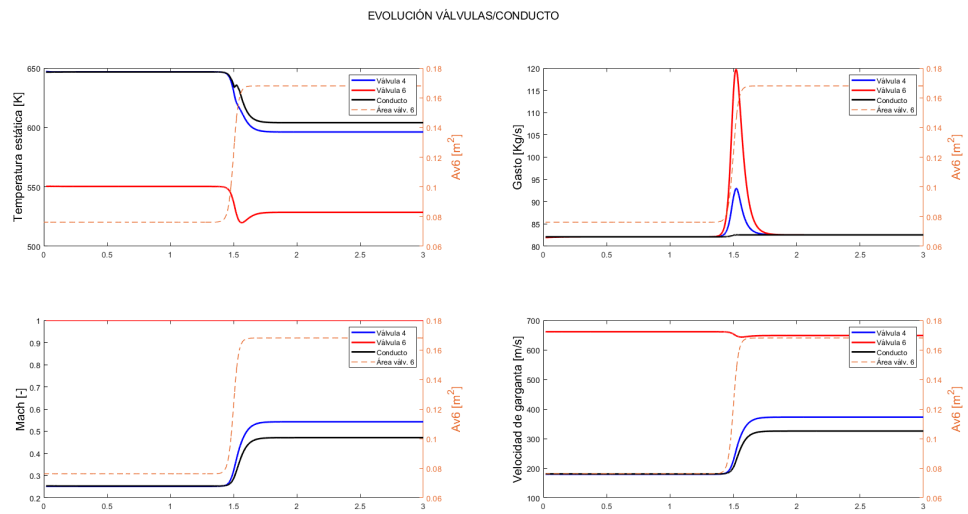


Figura 5.45 Evolución de los válvulas en el CASO 5 abriendo la válvula.

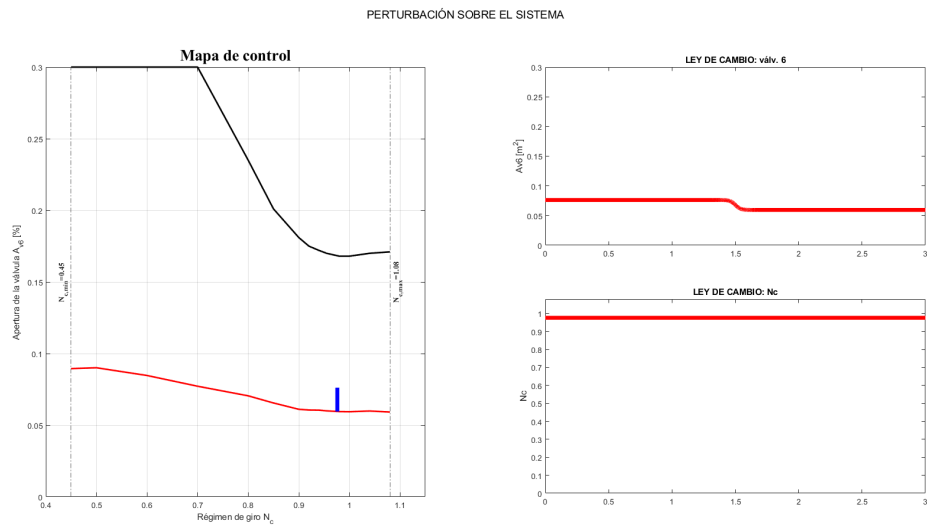
### 5.5.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

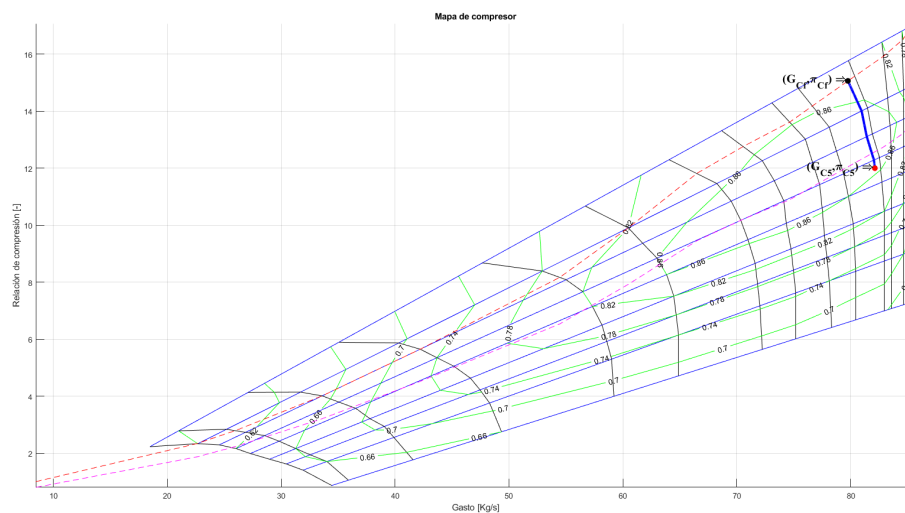
- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.0762$
- $A_{v6,fin} = 0.0595$

Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.46** Mapa de control en el **CASO 5** cerrando la válvula.

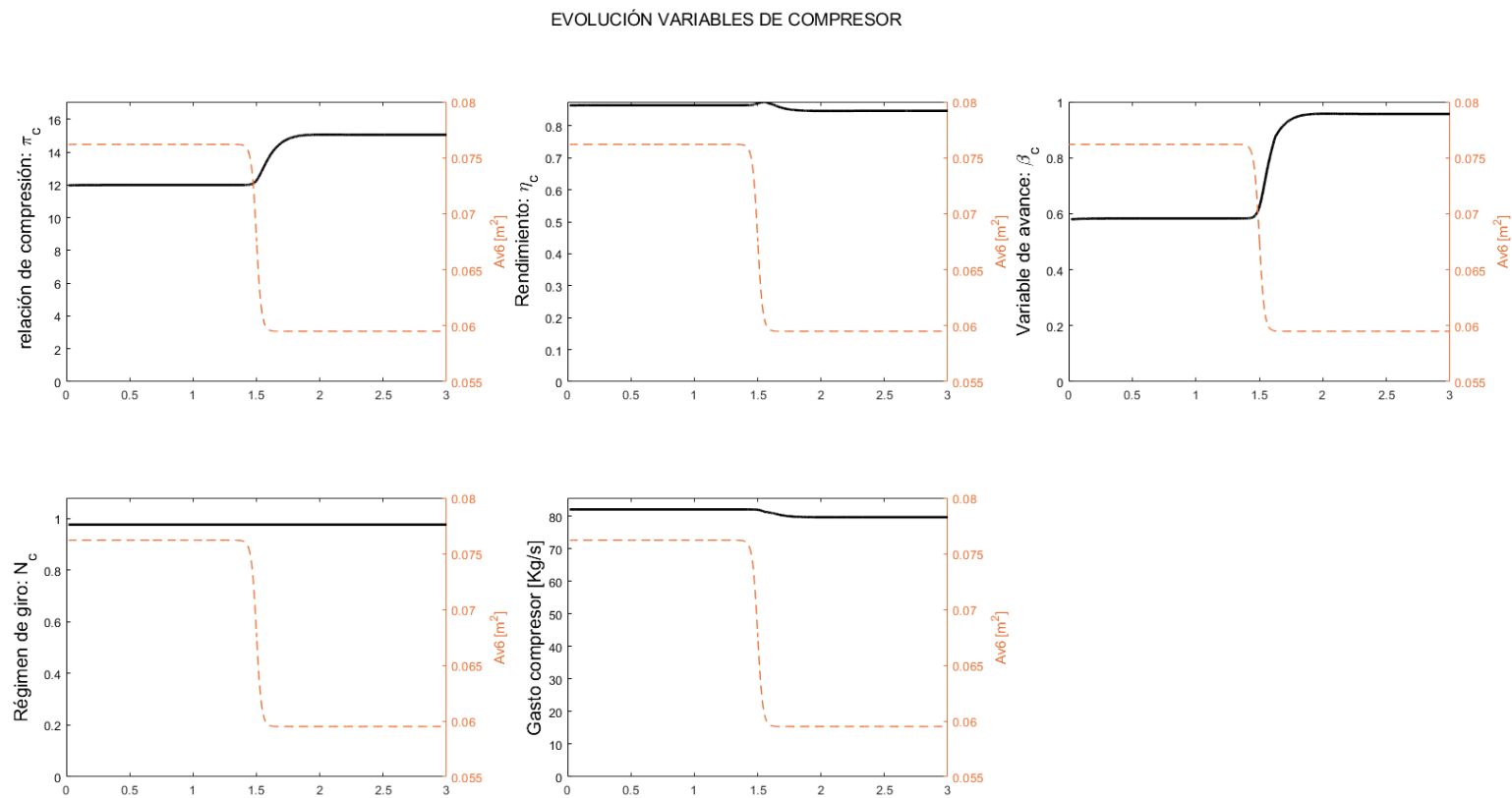
## Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.47** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 5** cerrando la válvula.

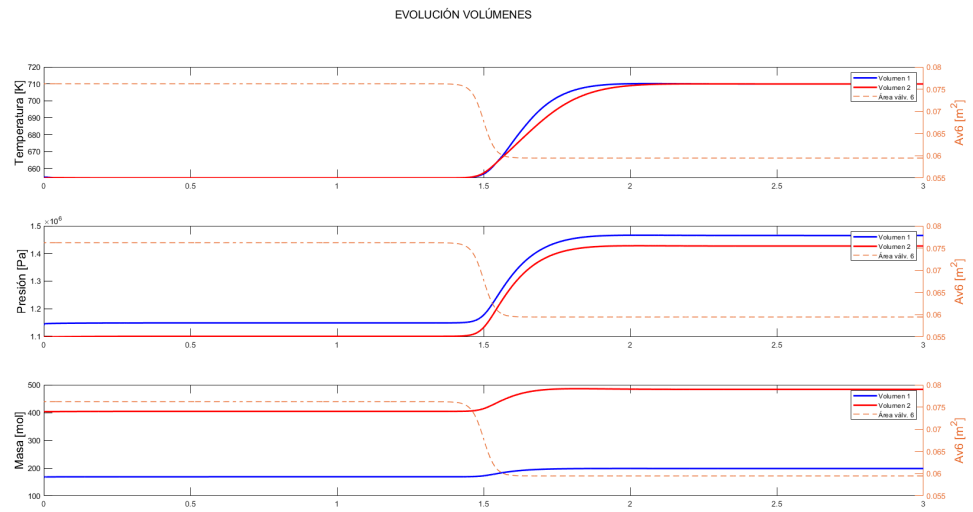
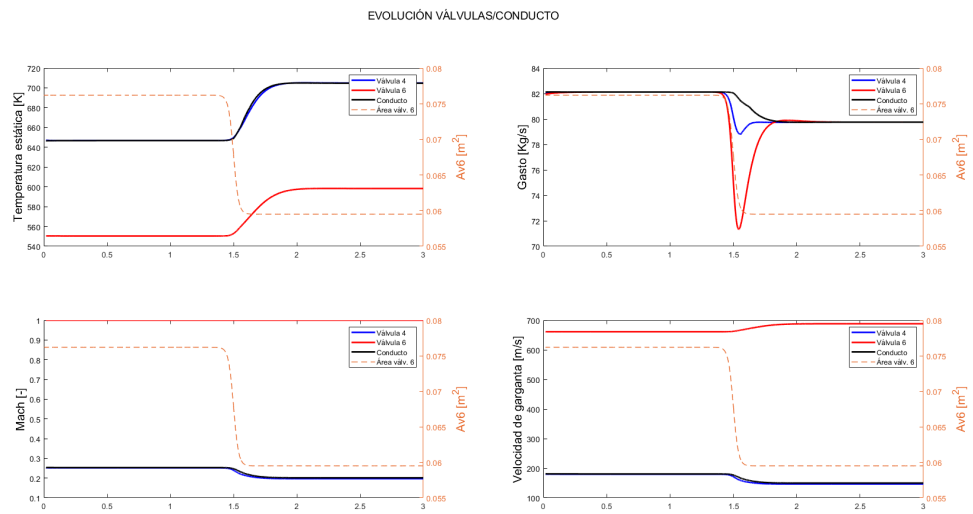
En este caso es importante destacar que la línea de surge está muy desplazada hacia la arriba, con lo que se puede la mayor relación de compresión posible de los casos estudiados.





**Figura 5.48** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 5** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.49 Evolución de los volúmenes en el **CASO 5** cerrando la válvula.Figura 5.50 Evolución de los válvulas en el **CASO 5** cerrando la válvula.

## 5.6 Caso 6: Régimen alto de giro, bajo valor de compresión

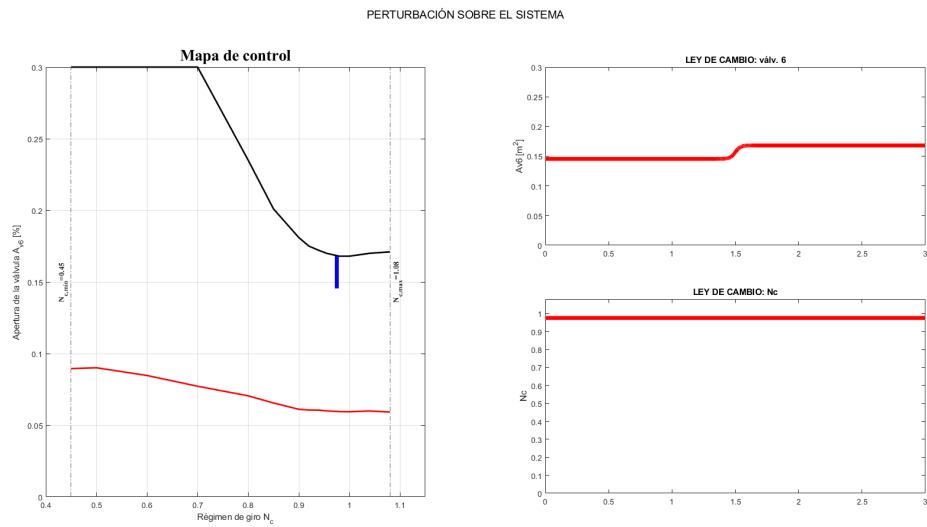
### 5.6.1 Abrir válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.1455$
- $A_{v6,fin} = 0.168$

Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.51** Mapa de control en el **CASO 6** abriendo la válvula.

La limitación de apertura máxima imposibilita un gran cambio en la variación de área de la misma y, dado que el punto de operación se encuentra muy cerca de este máximo, el estudio no conlleva conclusiones relevantes.

Variación en el mapa del compresor

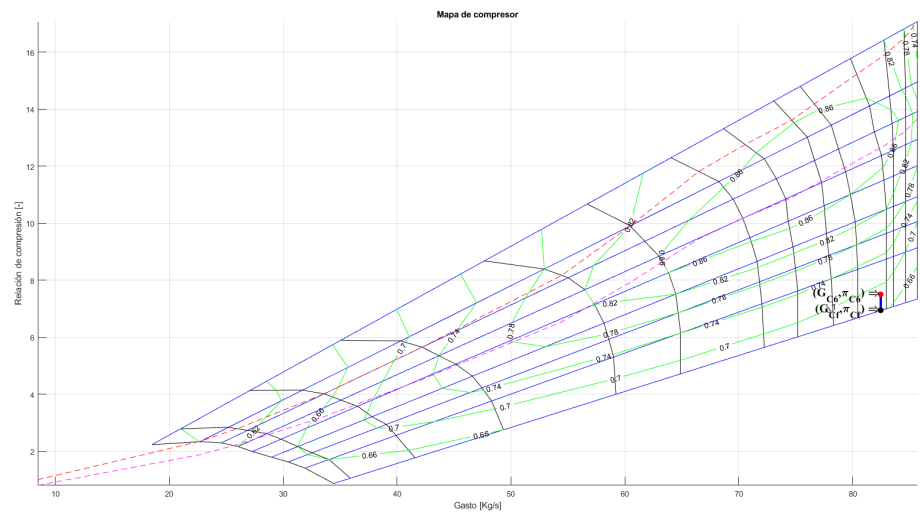
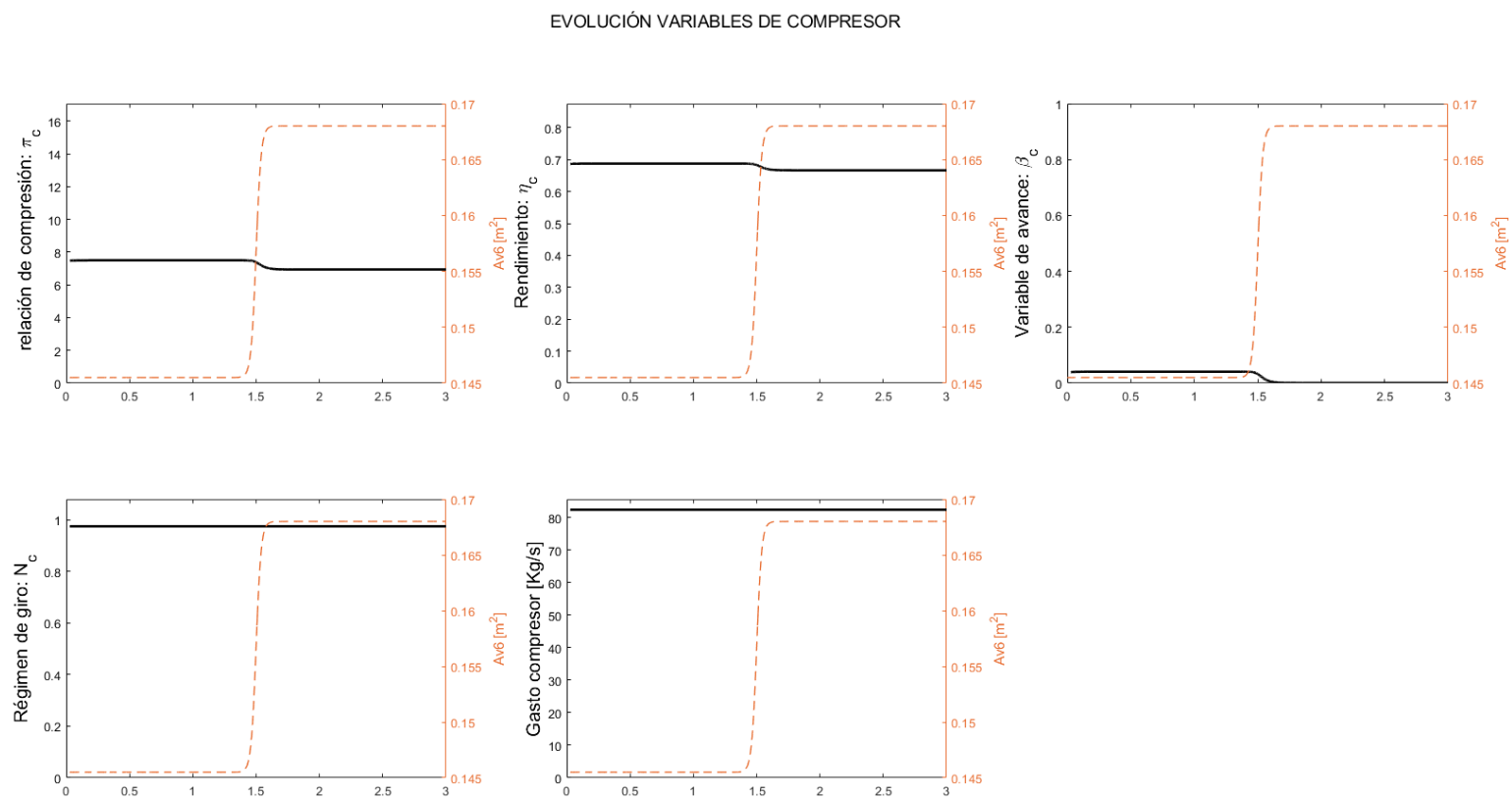
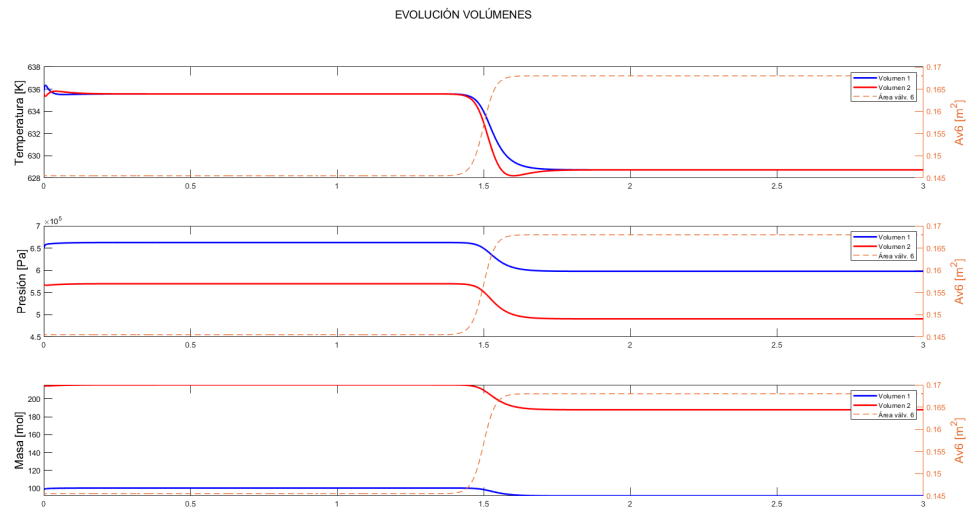
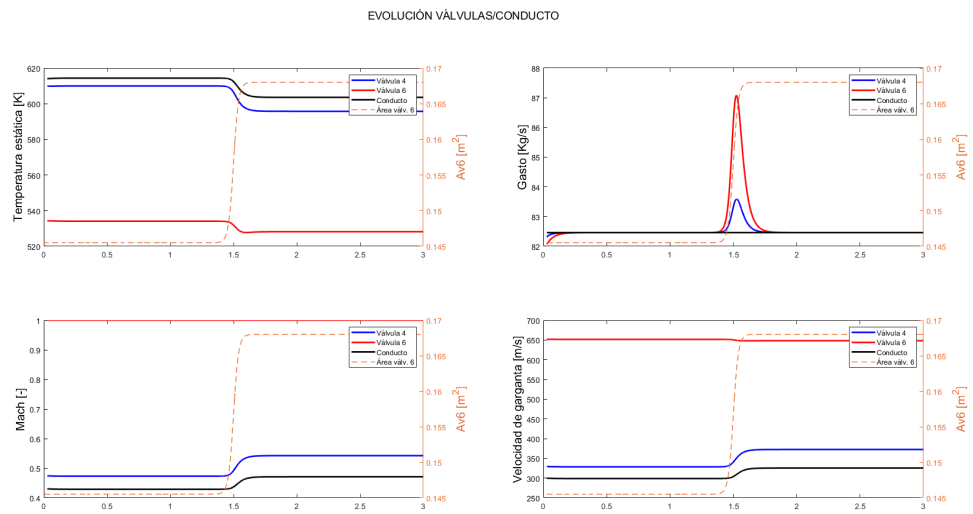


Figura 5.52 Evolución del mapa de compresor en el **CASO 6** abriendo la válvula.



**Figura 5.53** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 6** abriendo la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.54 Evolución de los volúmenes en el **CASO 6** abriendo la válvula.Figura 5.55 Evolución de los válvulas en el **CASO 6** abriendo la válvula.

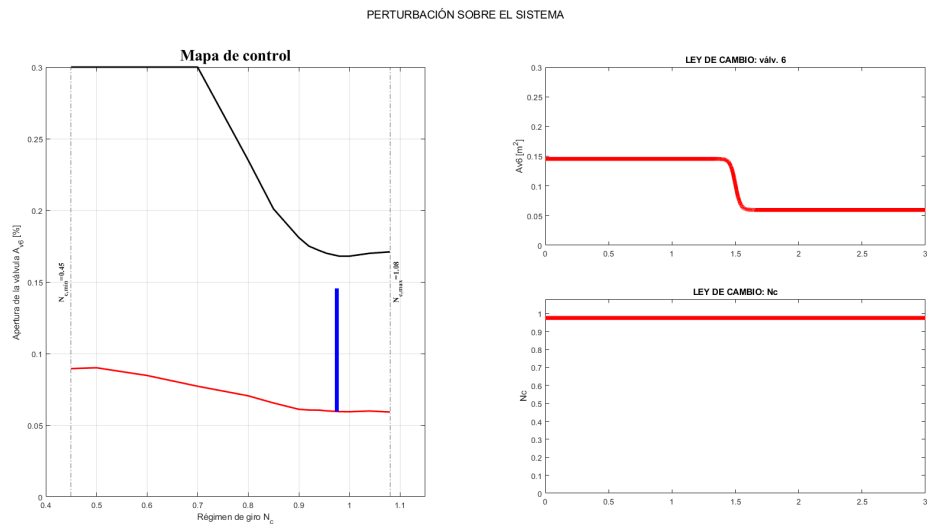
### 5.6.2 Cerrar válvula

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 50$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.1455$
- $A_{v6,fin} = 0.0595$

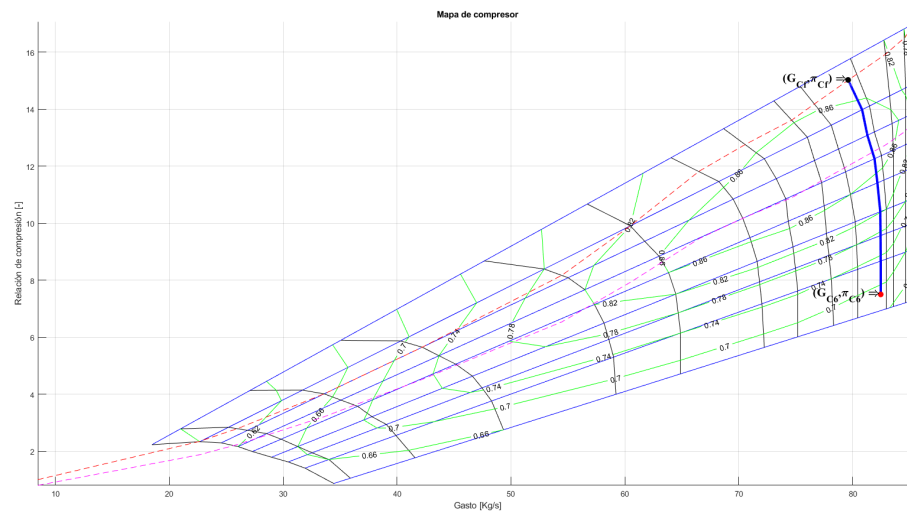
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 5.56** Mapa de control en el **CASO 6** cerrando la válvula.

Es el mayor cierre para esta velocidad de giro, siendo del 48.5 % al 19.83 %.

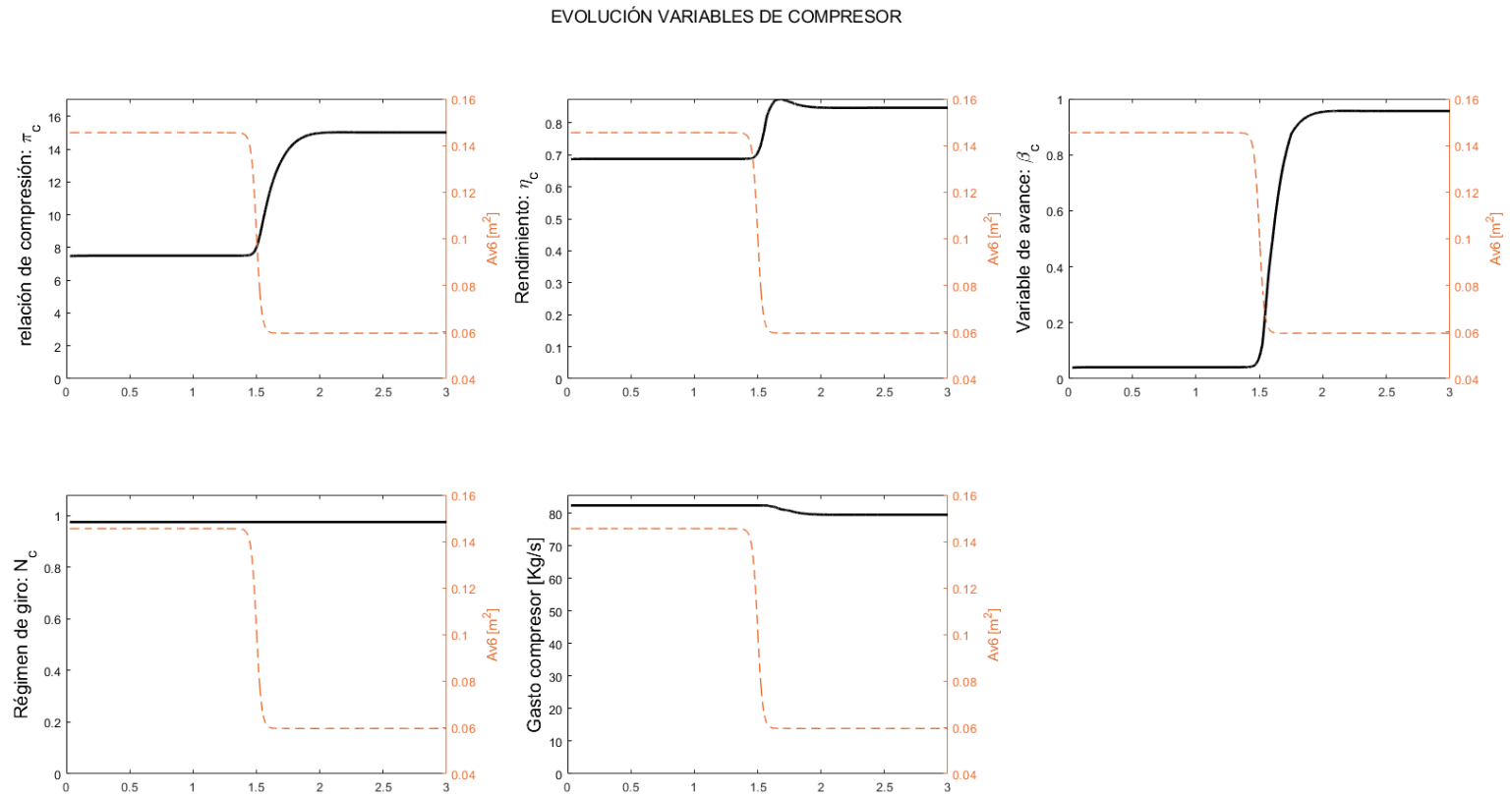
### Variación en el mapa del compresor



**Figura 5.57** Evolución del mapa de compresor en el **CASO 6** cerrando la válvula.

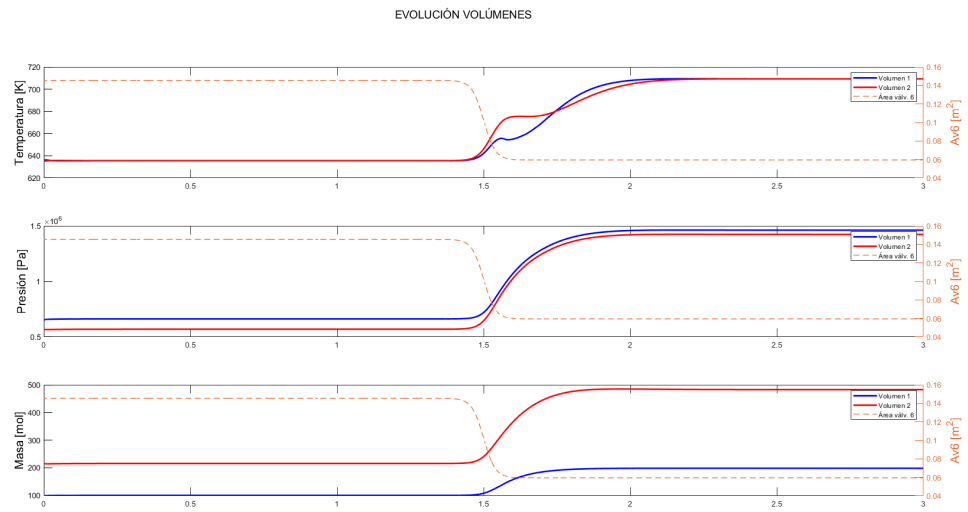
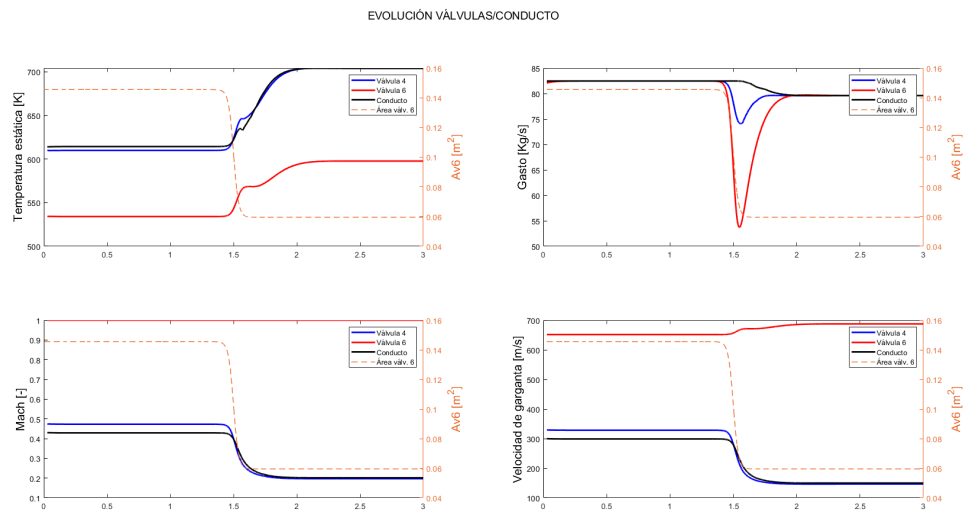
Como se observa y se muestra en las siguientes gráficas, el punto de operación recorre casi toda la línea de  $N_C$  constante, produciendo un cambio importante en las variables del compresor.





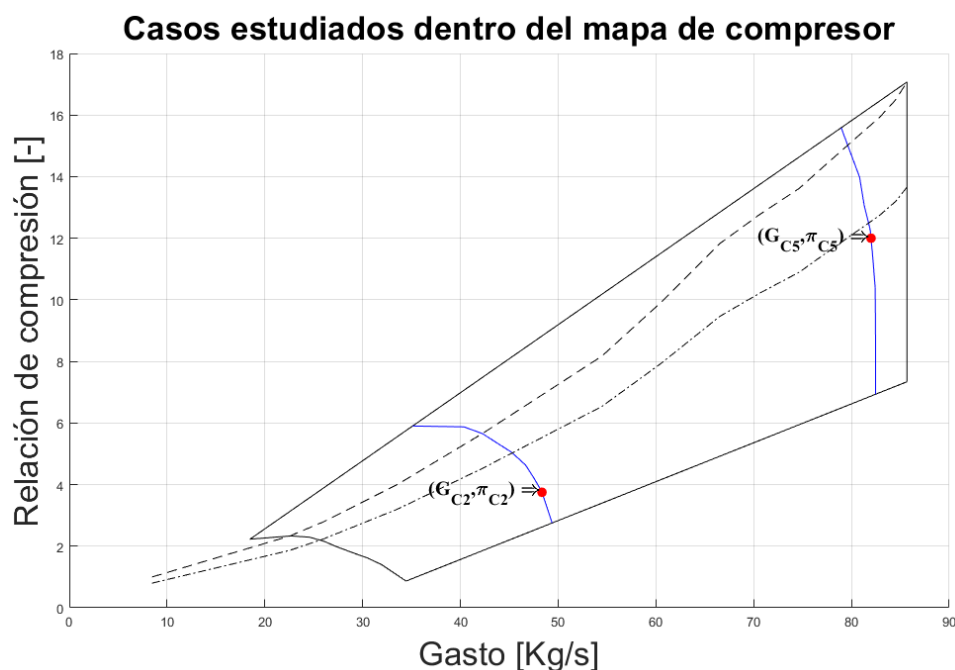
**Figura 5.58** Evolución de las variables del compresor en el **CASO 6** cerrando la válvula.

## Variación de parámetros del resto del sistema

Figura 5.59 Evolución de los volúmenes en el **CASO 6** cerrando la válvula.Figura 5.60 Evolución de los válvulas en el **CASO 6** cerrando la válvula.

## 6 Estudio cruzado: Av6 y Nc variables

A continuación se hará un estudio cruzado de las variables de control. Para ello se ha expuesto el sistema a variaciones de la función sigmoide en ambas variables y se ha dejado evolucionar hasta llegar a un estable. Se propone el cambio entre los casos 2 y 5:



**Figura 6.1** Presentación de los casos que se van a analizar en el estudio cruzado.

Como se muestra en la figura, estos dos casos se encuentran en las operaciones más alejadas del compresor. Con ello se podrá estudiar tanto un aumento como una relajación de los requerimientos que se hace al compresor, que podría relacionarse con una aceleración o deceleración del motor. Se proponen dos velocidades de cambio en las variables de control ya que en este caso sí es apreciable su efecto. También se propone un estudio para la variación de estas variables desfasada, es decir, primero un cambio en la velocidad de giro y después en el área de la válvula 6 y viceversa.

Se suprimirán las gráficas de las variables del sistema (volúmenes, válvulas y conducto) ya que se consideran irrelevantes para este estudio.

## 6.1 Caso 2 a caso 5: Aumento en los requerimientos del compresor

En primer lugar, se considera una evolución desde el caso 2 al caso 5, que bien podría relacionarse con una maniobra en la que se necesite que al compresor se le demande más trabajo.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
<b>Caso 2</b>	48.35	3.75	0.7	0.153
<b>Caso 5</b>	82.12	12	0.98	0.0762

Como se observa, el caso de estudio es un aumento en la velocidad de giro del compresor y un decremento en el área de paso de la válvula 6. Es un cambio apreciable en la compresión que se requiere al compresor, pasando de 3.75 a 12. Se procede a analizar cada perturbación.

### 6.1.1 Variación simultánea

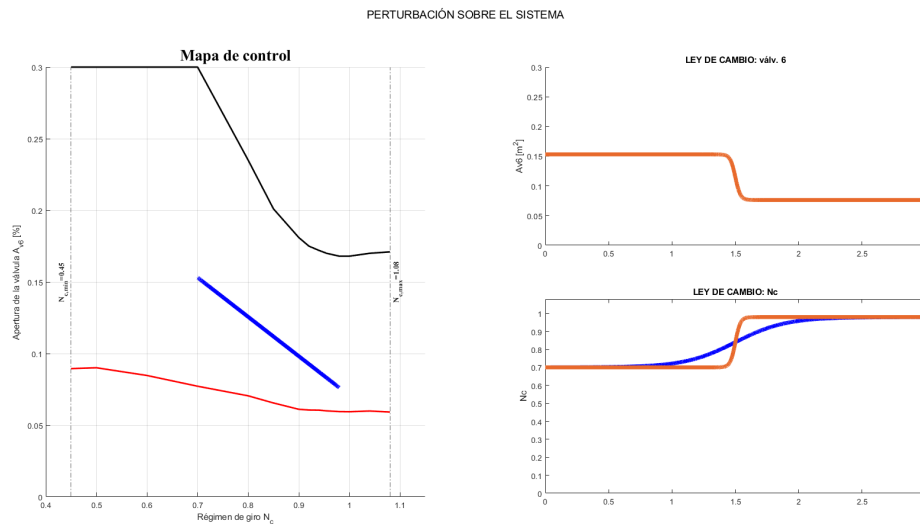
Para la variación simultánea de los parámetros se han elegido dos velocidades de variación distinta para ver cómo evoluciona el sistema dependiendo de la velocidad con la que se efectúen las variaciones

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a_{pronunciada} = 50$
- $A_{v6,ini} = 0.137$
- $N_{C,ini} = 0.7$
- $a_{suave} = 5$
- $N_{C,fin} = 0.98$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,fin} = 0.181$

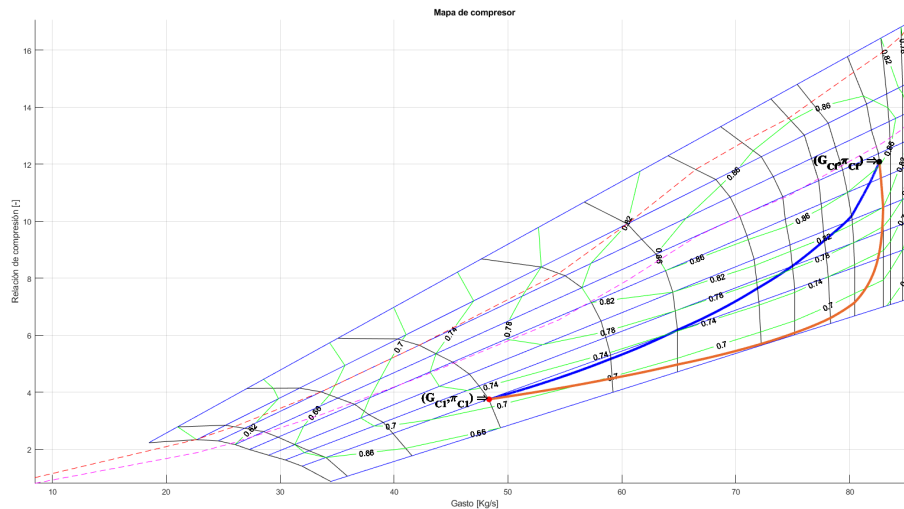
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 6.2** Mapa de control en el paso de operación en el punto 2 al punto 5.

En la figura se representa en azul la evolución suave de los parámetros y en naranja la evolución pronunciada. Dado que la evolución está centrada en el mismo instante de tiempo, el gráfico en el mapa de control es el mismo para los dos casos.

## Variación en el mapa del compresor

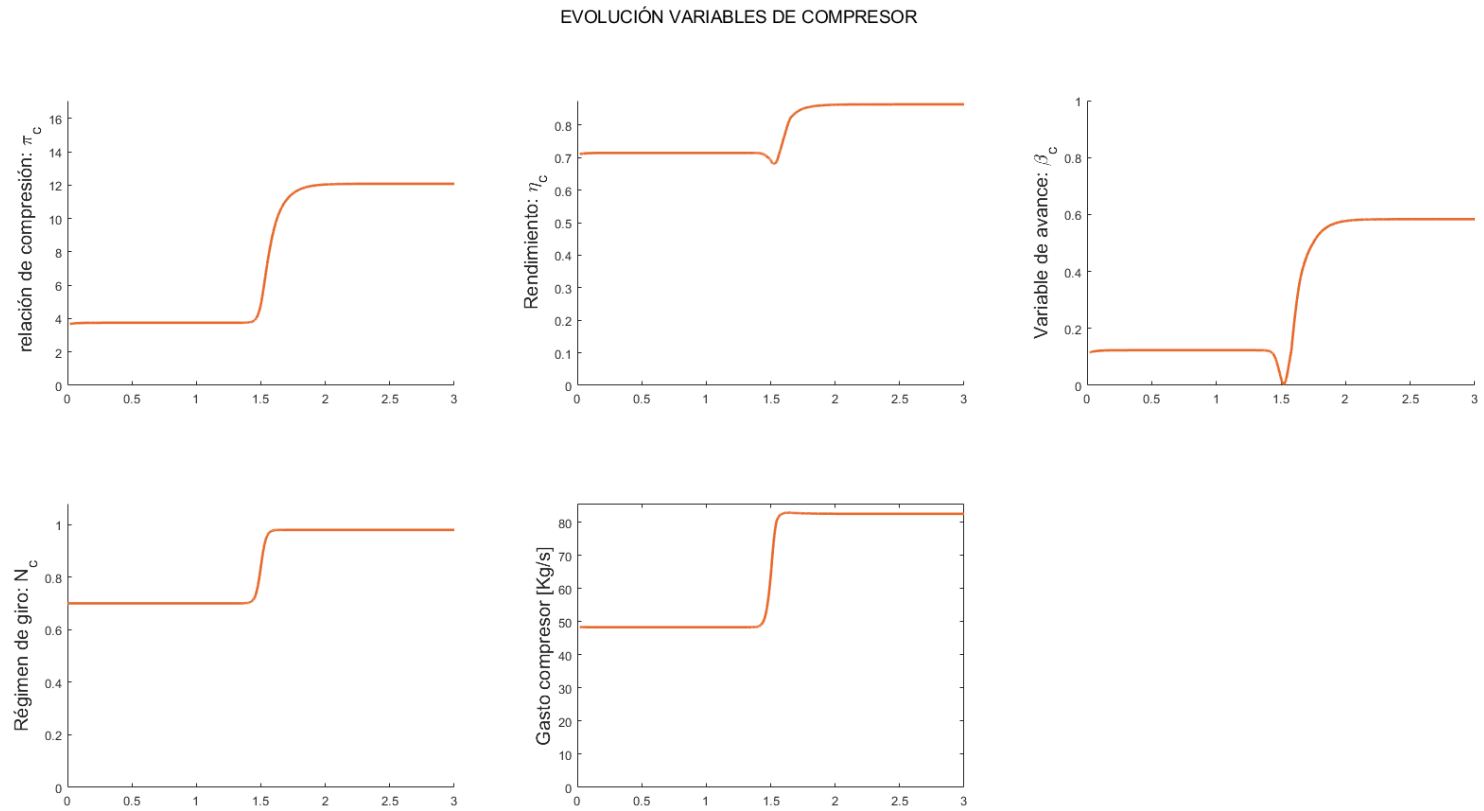


**Figura 6.3** Evolución del mapa del compresor.

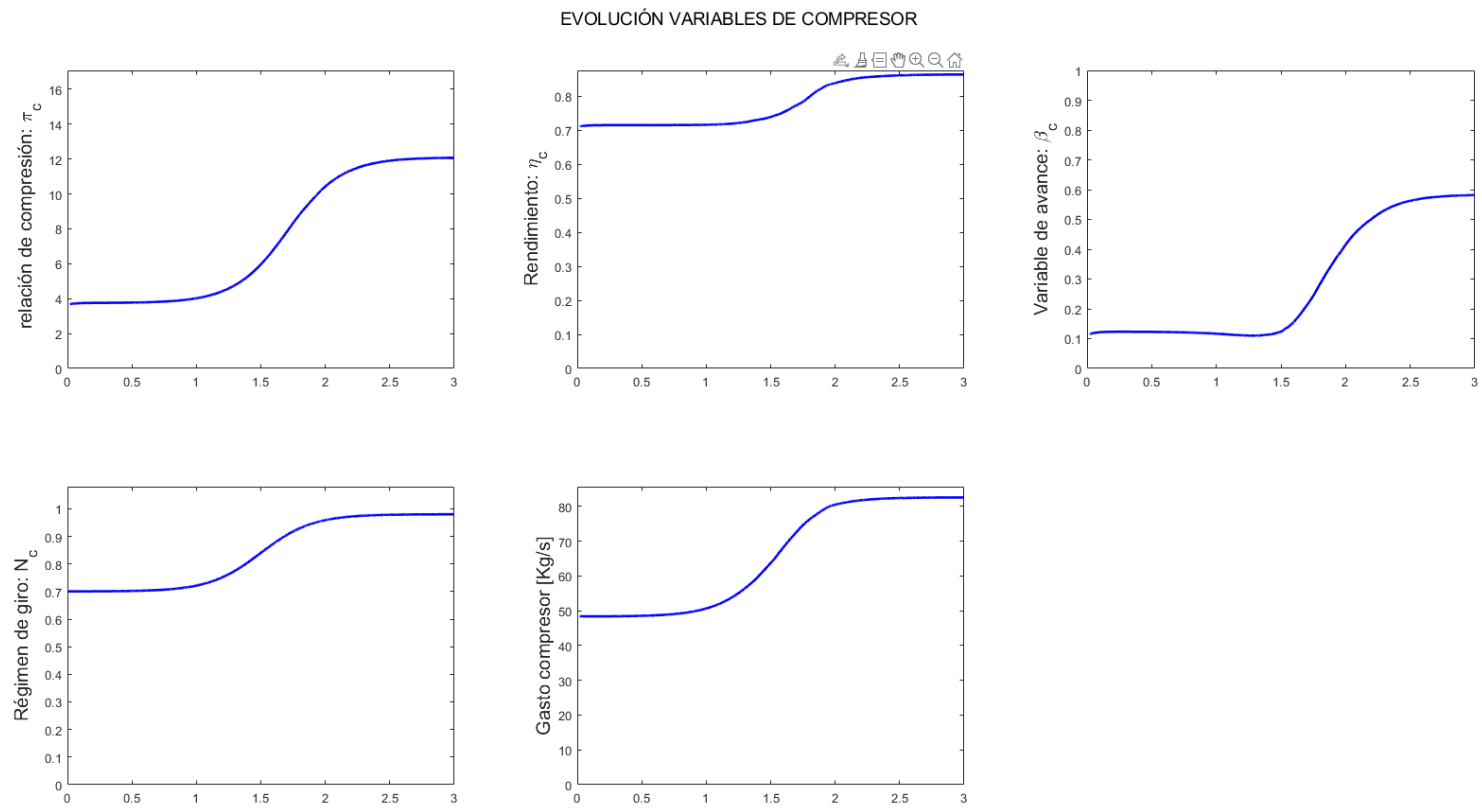
En esta figura se puede observar que la respuesta del compresor depende de la velocidad con la que se produzcan las variaciones. **La curva de evolución sobre el mapa es más suave mientras más suave sea la variación de los parámetros de control.**

En las siguientes gráficas se muestran las variables del compresor. Esta dependencia con la velocidad no se muestra en los valores estables, pues el compresor pasa de un estado a otro sin perturbar estos valores. No obstante, sí que se obtiene una variación diferente en las variables  $\beta$  y  $\eta_C$ , pues son las más afectadas por el movimiento que tenga el punto de operación en cada instante.

Se observa entonces que el compresor responde mejor para variaciones lentas de los parámetros de control ya que evoluciona por las curvas de nivel de mayor rendimiento.



**Figura 6.4** Evolución de las variables del compresor en el caso **Brusco**.



**Figura 6.5** Evolución de las variables del compresor en el caso **Suave**.

### 6.1.2 Variación desfasada

Al igual que en el caso anterior, es interesante obtener la respuesta para una

También resulta interesante estudiar el efecto cuando las perturbaciones se alternan, pasando del punto de operación 2 al punto de operación 5 variando primero el área de garganta de la válvula 6 y después las revoluciones del compresor o viceversa.

Se ha observado que para velocidades de cambio excesivas en el régimen de giro del compresor, siendo esta la primera variación se producen la salida del rango en el mapa, por lo que para esta prueba se ha utilizado una  $a=5$  para la ley horaria del régimen de giro.

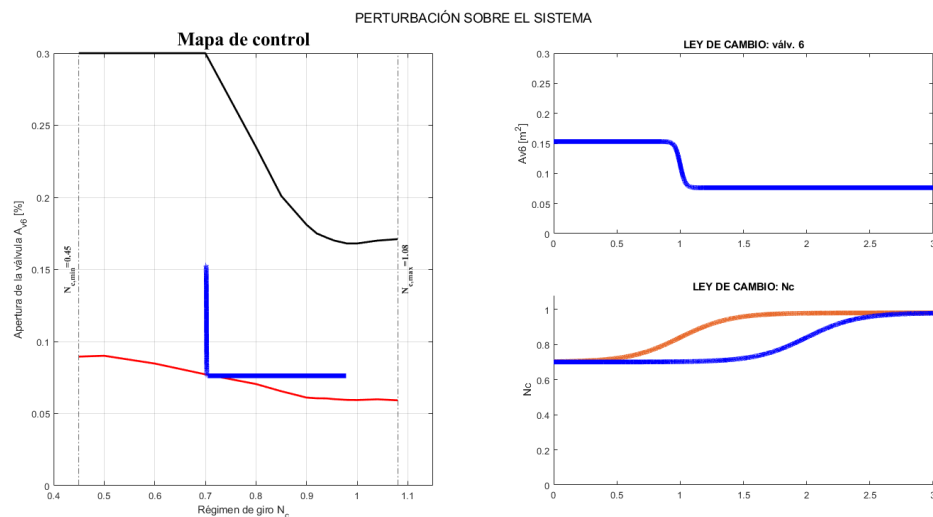
Se vuelven a presentar dos casos superpuestos, alternando el desfase entre cada uno de ellos.

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a_{pronunciada} = 50$
- $a_{suave} = 5$
- $c = 1$  y  $c = 2$
- $A_{v6,ini} = 0.137$
- $A_{v6,fin} = 0.181$
- $N_{C,ini} = 0.7$
- $N_{C,fin} = 0.98$

Tal como se muestra en el mapa de control:



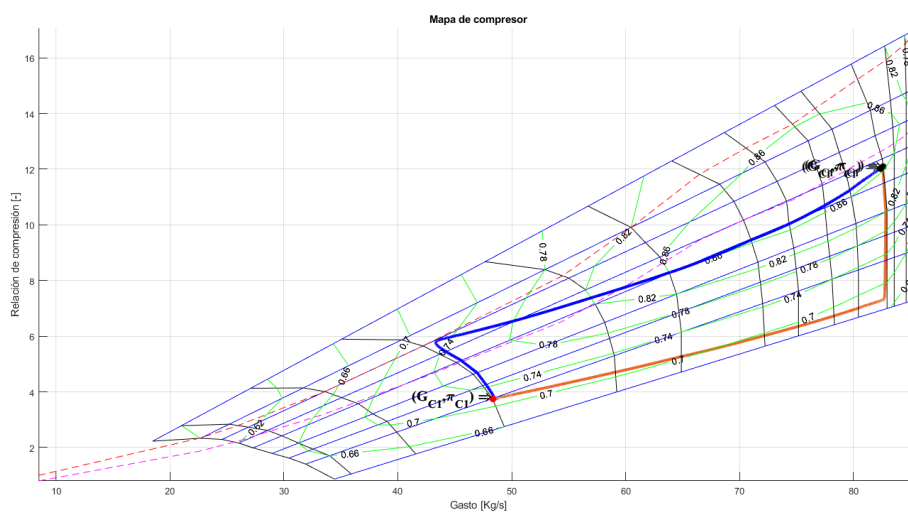
**Figura 6.6** Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 5.

En la figura se representa en azul cuando la evolución la hace antes la válvula 6 y en naranja cuando la hace antes la velocidad de giro.

En la gráfica del mapa se muestra la variación cuando se produce antes el cierre de la válvula.

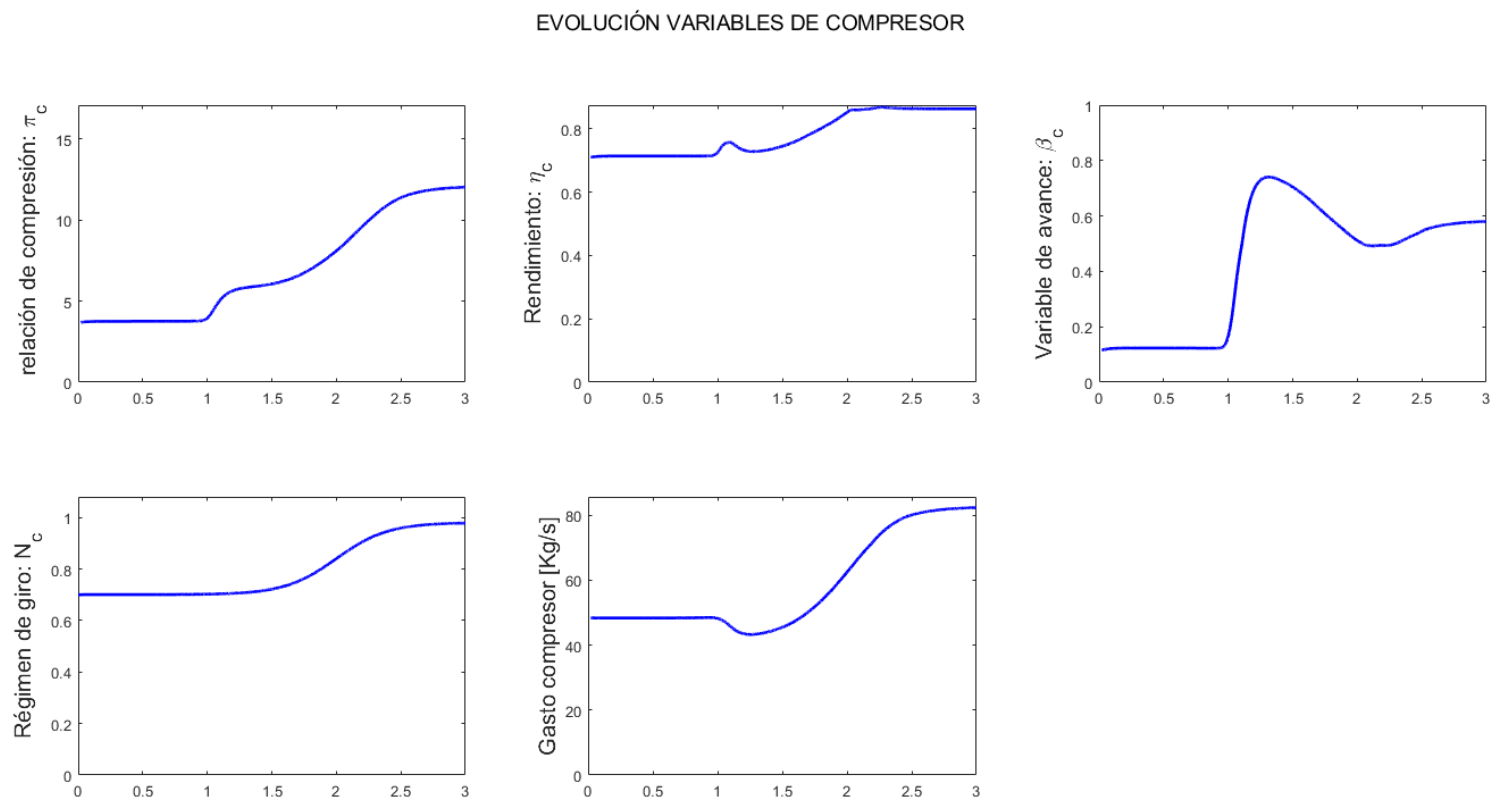


### Variación en el mapa del compresor

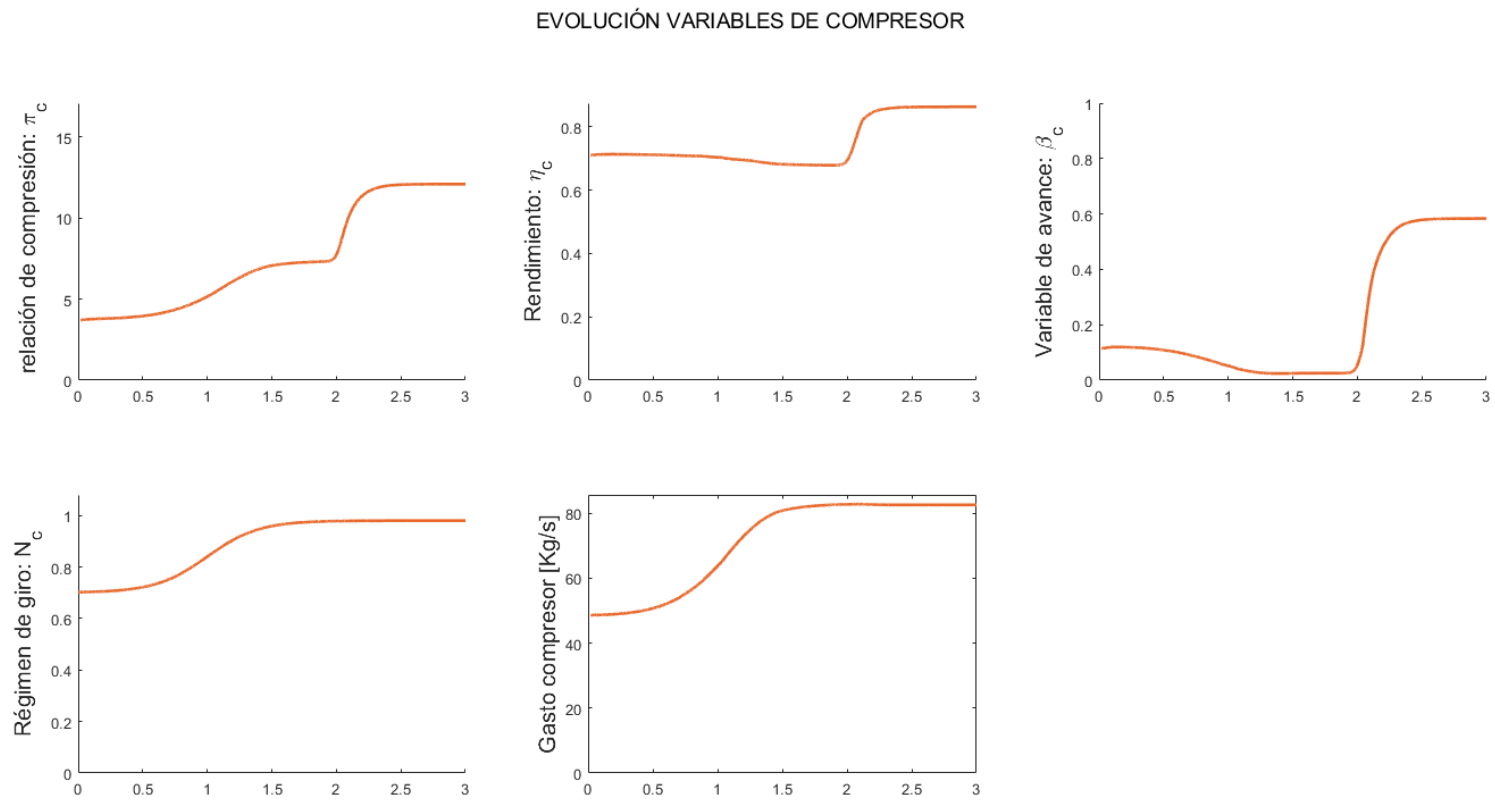


**Figura 6.7** Evolución del mapa de compresor para perturbaciones desfasadas.

Como se observa en la figura anterior y en la gráfica de las variaciones en las variables del compresor de las siguientes páginas, la respuesta es muy dependiente de la perturbación que se ejerza primero, teniendo evoluciones muy distintas.



**Figura 6.8** Evolución de las variables del compresor con la perturbación a la salida primero.



**Figura 6.9** Evolución de las variables del compresor con la perturbación en la velocidad de giro primero.

## 6.2 Caso 5 a caso 2: Relajación en los requerimientos del compresor

Ahora se muestra la evolución inversa: desde el punto de operación 5 hasta el punto de operación en 2. Se ha tratado como una relajación en los requerimientos del compresor pues se pasa de una relación de compresión casi máxima (12) a una relación de compresión de 3,75.

	$\dot{m}_C \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\pi_C [-]$	$N_C [-]$	$A_{v6,ini} [m^2]$
<b>Caso 5</b>	82.12	12	0.98	0.0762
<b>Caso 2</b>	48.35	3.75	0.7	0.153

Para este estudio también es necesario reducir la velocidad de variación de parámetros, ya que en la reducción se puede entrar en zona de bombeo debido al cambio brusco en la velocidad de giro del compresor.

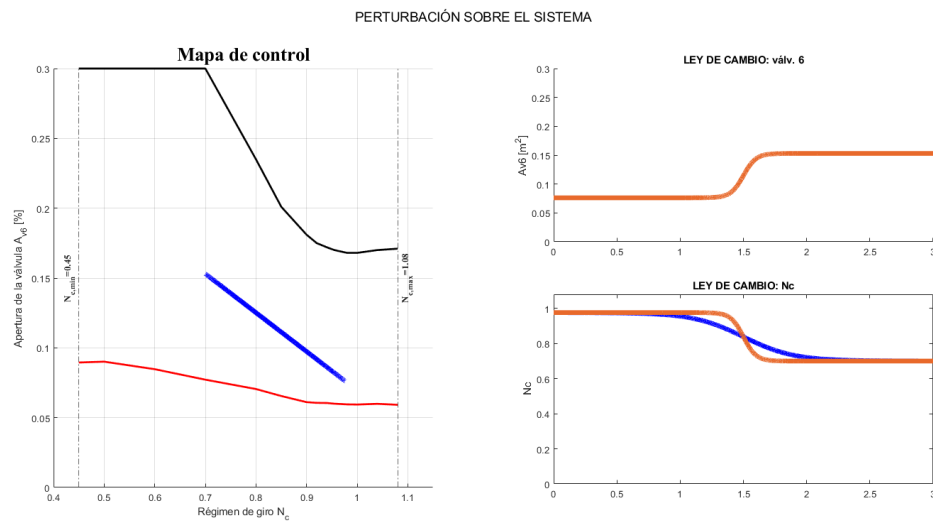
### 6.2.1 Variación simultánea

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

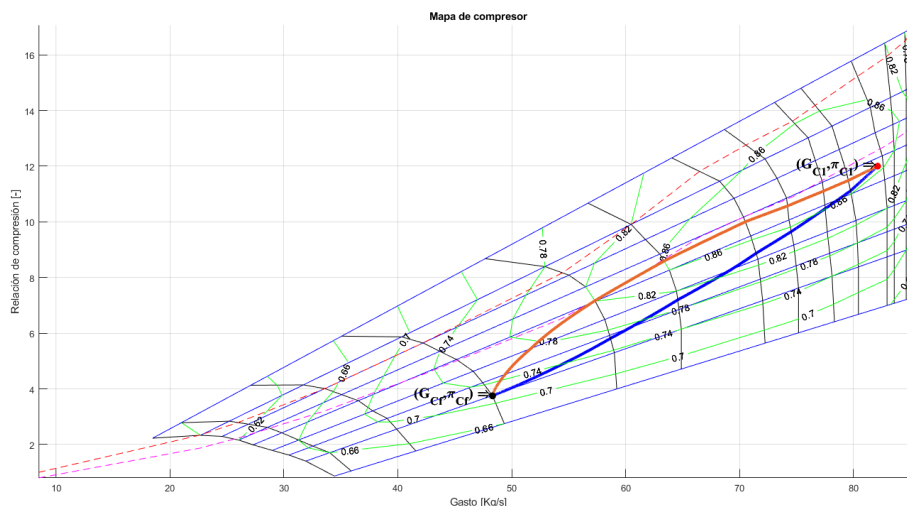
- $a_{pronunciada} = 20$
- $a_{suave} = 5$
- $c = 1.5$
- $A_{v6,ini} = 0.0762$
- $A_{v6,fin} = 0.153$
- $N_{C,ini} = 0.98$
- $N_{C,fin} = 0.7$

Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 6.10** Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 2.

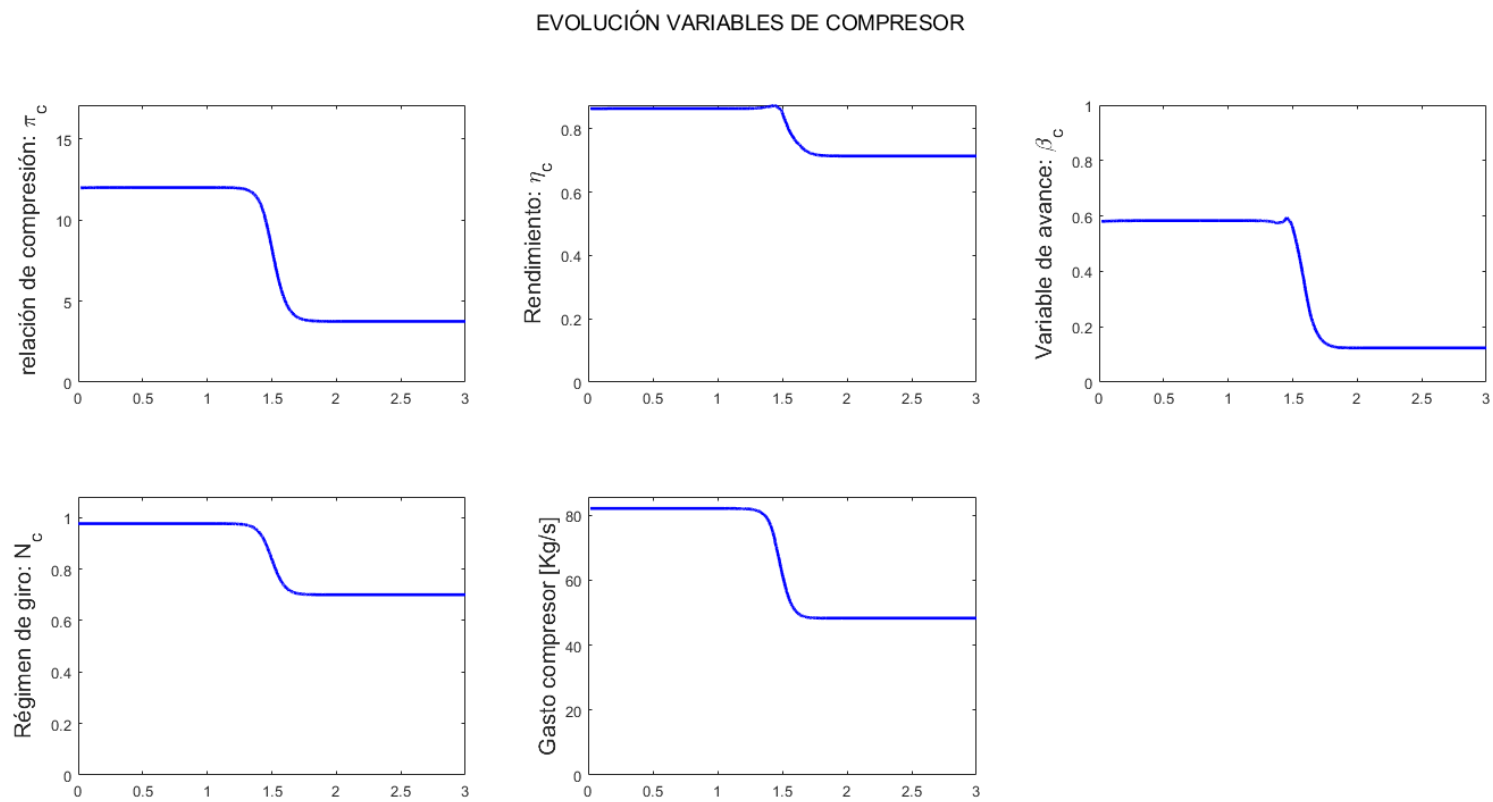
De nuevo se observa que esta variación se produce en una línea recta dado que la perturbación se provoca simultáneamente.



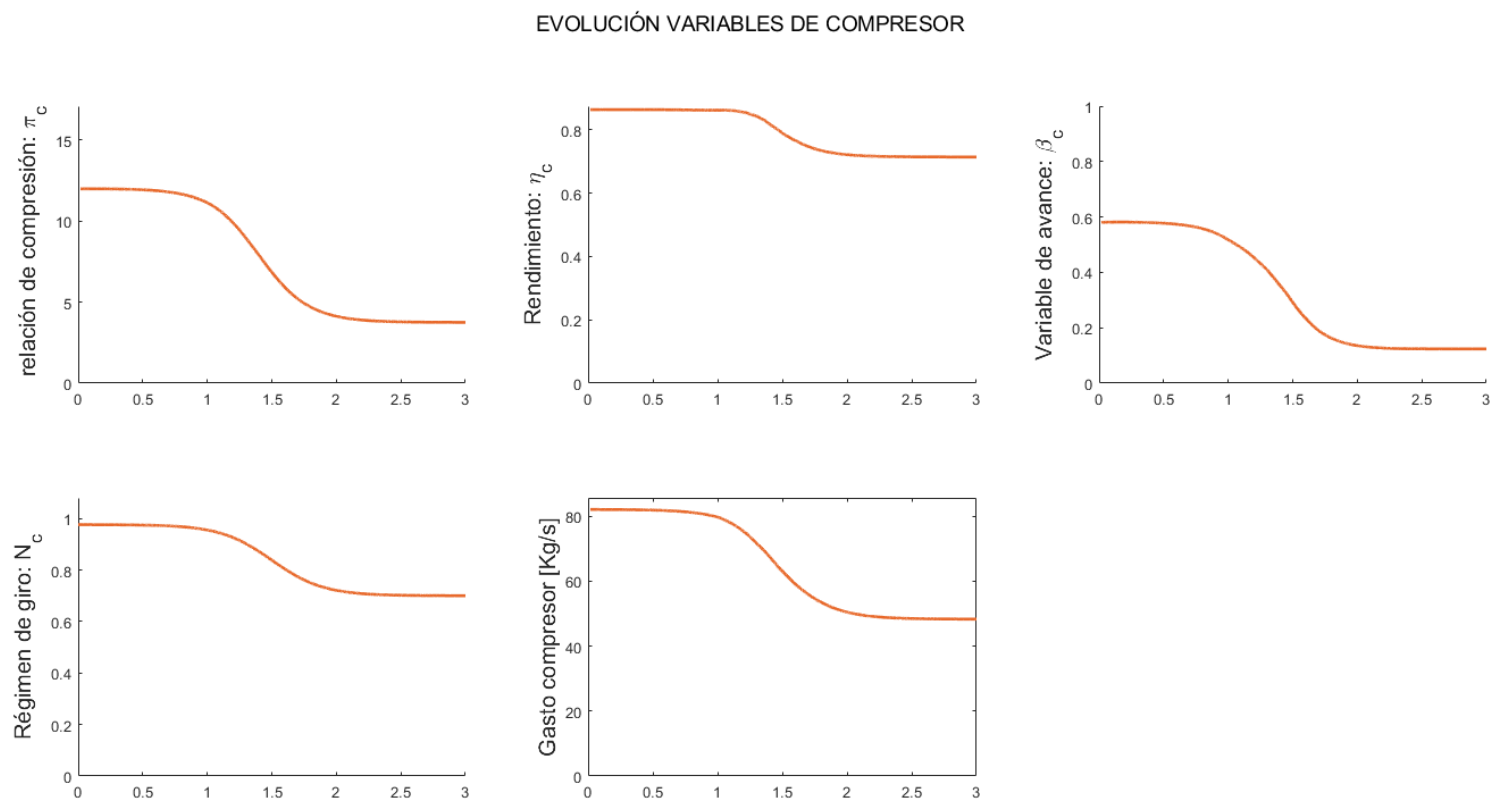
**Figura 6.11** Evolución del mapa de compresor para dos velocidades de variación de parámetros.

En la figura anterior se muestran las dos variaciones posibles, siendo la más abrupta la mayor de ellas y la más relajada la inferior.

A continuación, se muestran también las variaciones de los parámetros concretos del compresor.



**Figura 6.12** Evolución de las variables del compresor con una perturbación más brusca en las variables de control.



**Figura 6.13** Evolución de las variables del compresor con una perturbación más suave en las variables de control.

### 6.2.2 Variación desfasada

Al igual que en el caso anterior, es interesante obtener la respuesta para una variación desfasada en cada uno de los parámetros.

De nuevo es limitante la variación en la velocidad de giro, por lo que se opta por la exposición de una variación con  $a = 20$ .

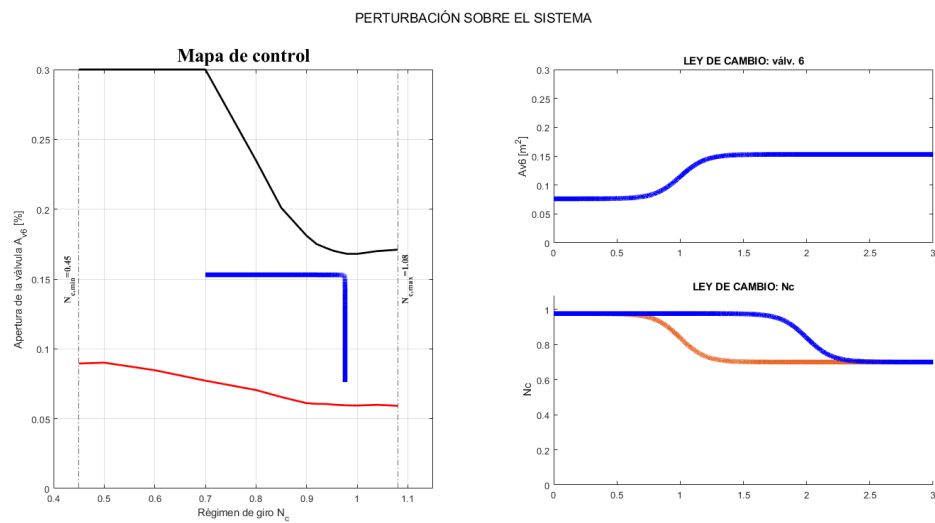
Se vuelven a presentar dos casos superpuestos, alternando el desfase entre cada uno de ellos.

#### Ley de variación

En primer lugar, se define la ley de variación que se aplica al caso. Para este caso se ha utilizado:

- $a = 20$
- $A_{v6,ini} = 0.0762$
- $N_{C,ini} = 0.98$
- $c = 1$  y  $c = 2$
- $A_{v6,fin} = 0.153$
- $N_{C,fin} = 0.7$

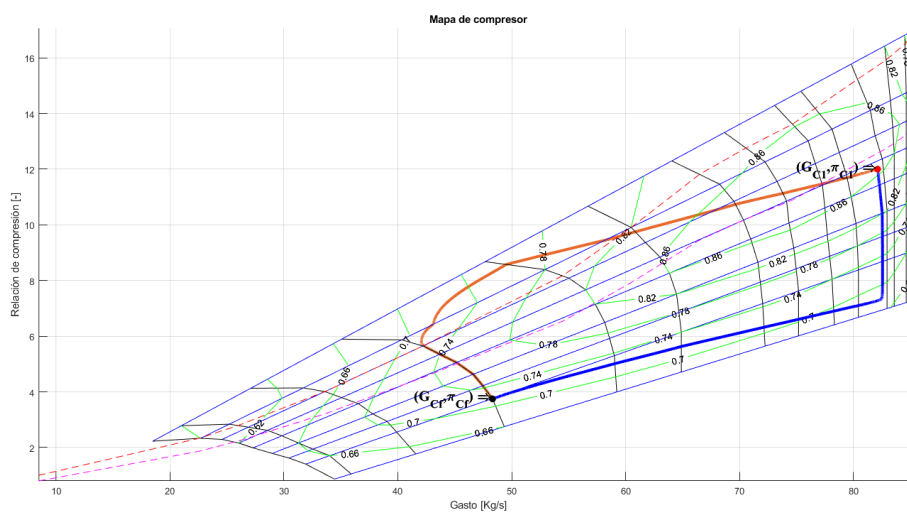
Tal como se muestra en el mapa de control:



**Figura 6.14** Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 2.

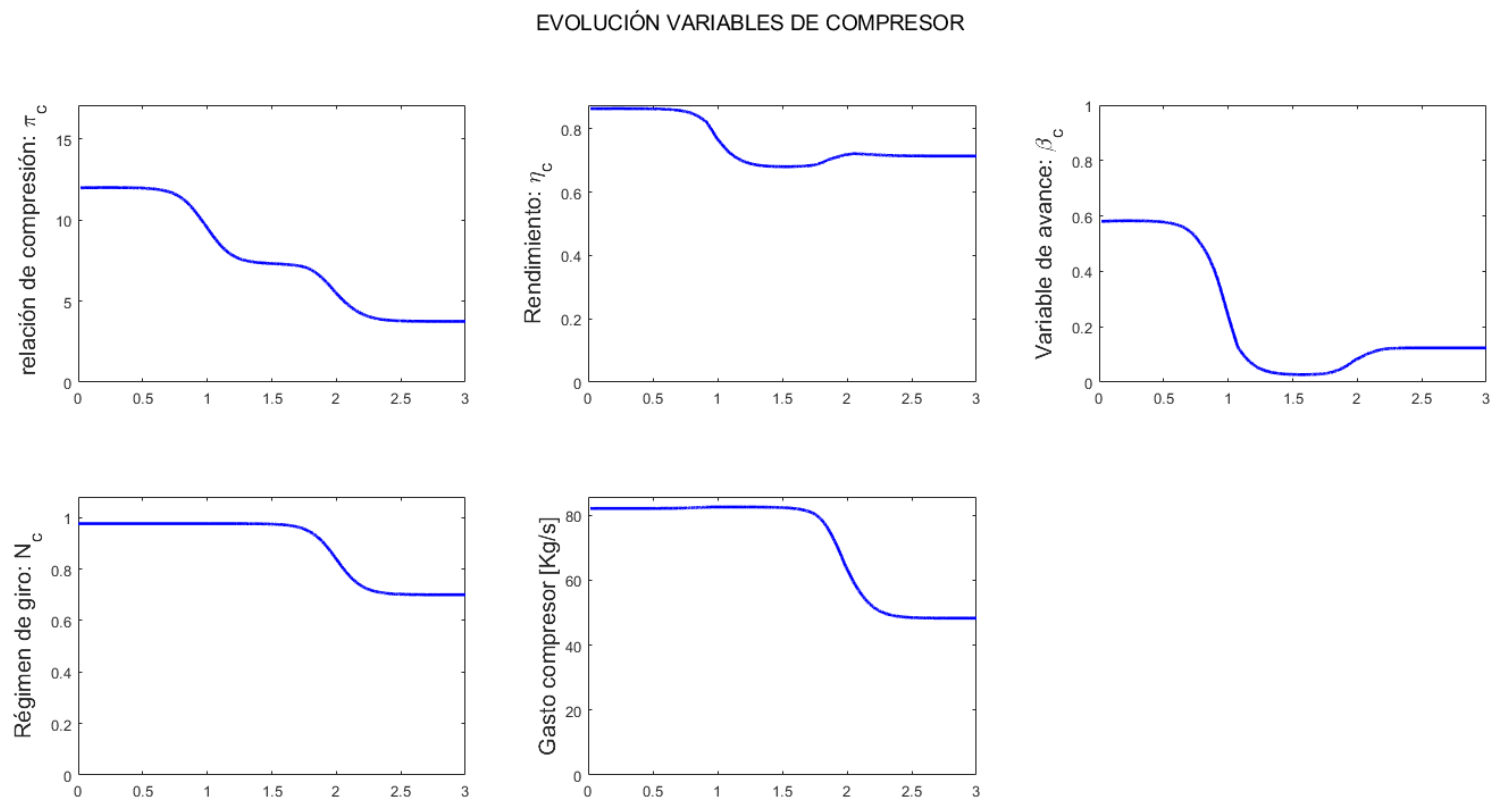


## Variación en el mapa del compresor

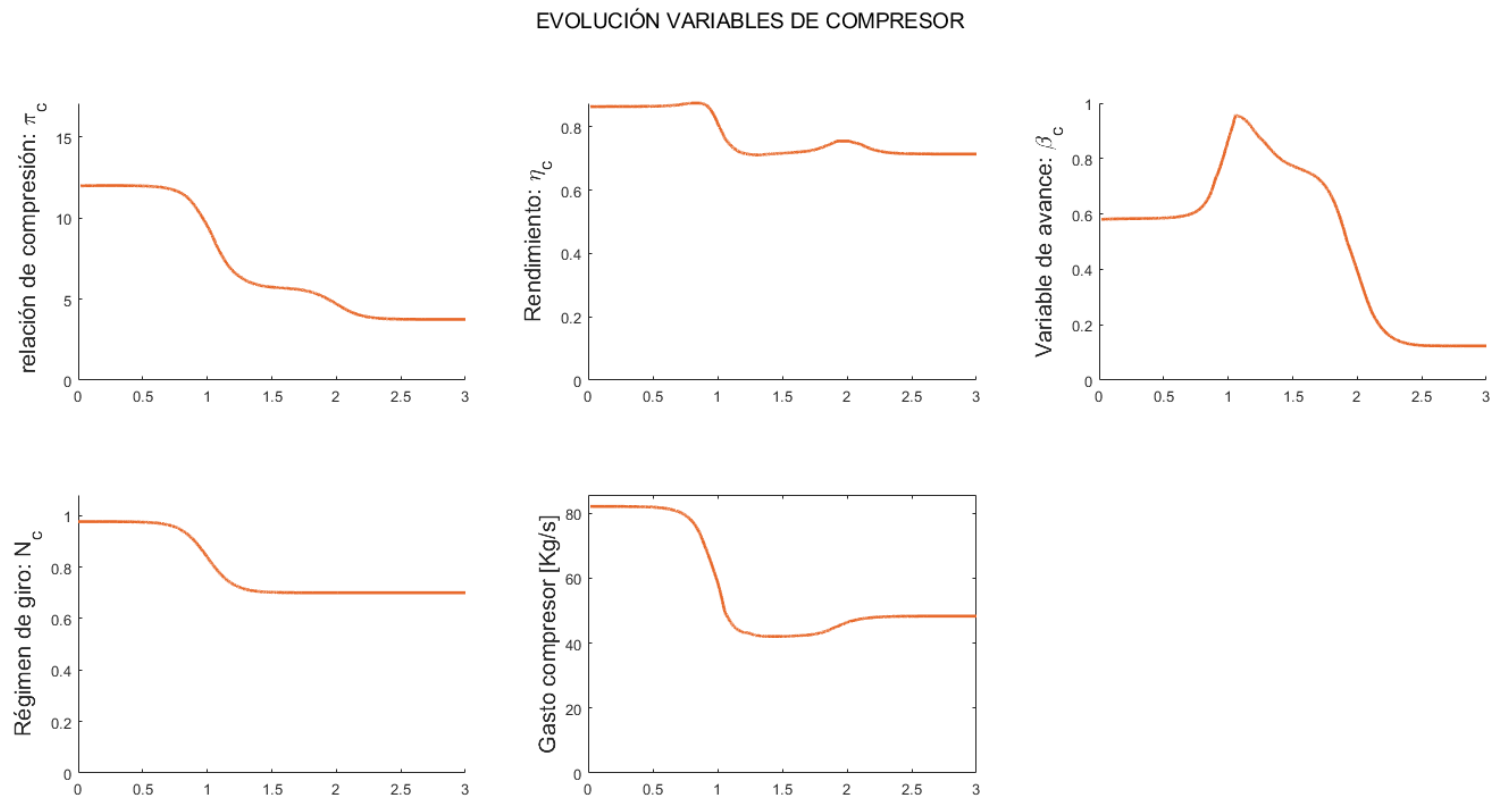


**Figura 6.15** Evolución del mapa de compresor para perturbaciones desfasadas.

Como se observa, teniendo una perturbación antes en la velocidad de giro, el mapa responde metiéndose dentro de la línea de surge. Por este motivo, debería existir un control que se aplicara al sistema y que impidiera la respuesta automática del mismo ante perturbaciones muy acusadas.



**Figura 6.16** Evolución de las variables del compresor con la perturbación a la salida primero.



**Figura 6.17** Evolución de las variables del compresor con la perturbación en la velocidad de giro primero.



### **Parte III**

## **CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS**



## 7 Conclusiones

---

A continuación se muestran las conclusiones que es posible extraer del desarrollo del modelo creado y del estudio del mismo ante perturbaciones de distinta índole.

- Se ha desarrollado un modelo capacitivo de estudio del transitorio de un compresor. Con esto, se ha analizado en detalle la operación y su cambio a distintos casos de exposición.
- Se ha analizado la respuesta del compresor a diferentes variaciones en la apertura de la válvula 6 para varias velocidades de giro del compresor concretas. También se ha determinado un rango de variación posible en esta variable de control.
- Se ha concluido que este sistema **NO ES SENSIBLE A LA VELOCIDAD DE CAMBIO DEL ÁREA DE PASO DE LA VÁLVULA 6**. Esto se debe a que el modelo es capacitivo, al ser de este modo, no se contemplan acumulaciones de masa en los depósitos al no tener en cuenta la velocidad con la que entra el fluido en el mismo.
- Se ha propuesto un análisis de la variación de los dos parámetros de control. Con esto, se ha analizado dos posibles maniobras que afectarían al compresor.
- Se ha concluido que en este caso de estudio el sistema sí responde de forma diferente teniendo en cuenta la velocidad con la que se produce la variación. De este modo, se han obtenido diferentes comportamientos aplicando diferentes perturbaciones sobre el sistema.

Concluye así el estudio del modelo capacitivo del transitorio de un compresor axial.





## 8 Líneas futuras de trabajo

---

El desarrollo de un modelo del transitorio para un compresor necesita de una complejidad en el mismo que sobrepasa el alcance de un trabajo fin de grado.

Por ello, se propone como línea de trabajo futura la implementación de este modelo y la utilización de su estudio en uno más complejo. En un paso inmediatamente posterior a este estudio, se debe utilizar la *ecuación del momentum* para tener obtener una estimación de la acumulación de los depósitos.

Una vez se implemente un modelo más desarrollado que contenga esta ley de variación de las variables fluidas en el paso por los volúmenes se tendrá un modelo más exacto con el que se simulen comportamientos cercanos a la realidad.

Al tener una dependencia de la velocidad con la que se ejercen las perturbaciones, se podrá extraer unas limitaciones que caractericen el sistema con esta variación.

También se propone la utilización de este modelo en un modelo completo de motor mediante el método *ICV* que se ha comentado anteriormente.



# Apéndice A

## Tablas de compresores

En este apéndice se aportan los datos de los diferentes modelos de compresores. Los datos se estructuran en 4 tablas diferentes. Las tres primeras muestran la variación del **gasto, rendimiento o relación de compresión** con los parámetros  $N_c$  y  $\beta$ , siendo el primero la velocidad de giro del compresor y el segundo un parámetro sin sentido físico que se usa para representar el mapa. La última tabla muestra los puntos de la línea de Surge.

### A.1 Tabla Compresor 1

**Tabla A.1** Tabla compresor 1: Gasto.

		$\beta$								
$\dot{m}$		0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
$N_c$	0,45	8,2	7,6	7,25	6,9	6,5	6,2	5,85	5,4	4,4
	0,5	8,55	8,1	7,75	7,45	7,1	6,8	6,4	6	5
	0,6	9,9	9,5	9,3	9	8,7	8,35	8	7,55	6,45
	0,7	11,75	11,5	11,3	11,1	10,75	10,4	10,05	9,6	8,35
	0,8	14,1	14,05	13,95	13,85	13,65	13,45	13,1	12,6	11,35
	0,85	15,45	15,45	15,4	15,35	15,2	15	14,7	14,4	13,5
	0,9	17,2	17,15	17,1	17,05	16,9	16,75	16,55	16,25	15,25
	0,92	17,9	17,9	17,85	17,8	17,7	17,65	17,45	17,2	16,35
	0,94	18,65	18,6	18,55	18,5	18,45	18,4	18,25	18,1	17,4
	0,955	19,15	19,15	19,13	19,1	19	18,9	18,75	18,6	17,95
	0,98	19,75	19,75	19,75	19,75	19,7	19,65	19,5	19,4	19
	1	19,9	19,9	19,9	19,9	19,9	19,9	19,87	19,82	19,7
	1,04	20,15	20,15	20,15	20,15	20,15	20,15	20,15	20,15	20,12
	1,08	20,4	20,4	20,4	20,4	20,4	20,4	20,4	20,4	20,4

**Tabla A.2** Tabla compresor 1: Eficiencia.

$\eta$		$\beta$								
		0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
Nc	0,45	0,62	0,64	0,64	0,64	0,63	0,62	0,6	0,58	0,56
	0,5	0,63	0,66	0,665	0,66	0,645	0,63	0,615	0,595	0,58
	0,6	0,645	0,69	0,705	0,705	0,69	0,67	0,65	0,63	0,61
	0,7	0,66	0,715	0,745	0,755	0,755	0,74	0,72	0,695	0,665
	0,8	0,675	0,735	0,77	0,8	0,82	0,82	0,805	0,78	0,755
	0,85	0,68	0,74	0,78	0,82	0,86	0,86	0,85	0,82	0,8
	0,9	0,68	0,745	0,785	0,835	0,865	0,875	0,87	0,855	0,83
	0,92	0,68	0,745	0,785	0,835	0,87	0,875	0,875	0,865	0,84
	0,94	0,675	0,74	0,785	0,835	0,865	0,875	0,875	0,87	0,845
	0,955	0,67	0,735	0,78	0,83	0,86	0,875	0,875	0,87	0,845
	0,98	0,665	0,73	0,77	0,82	0,85	0,87	0,875	0,865	0,835
	1	0,655	0,72	0,76	0,805	0,84	0,86	0,87	0,85	0,82
	1,04	0,64	0,7	0,73	0,78	0,81	0,84	0,85	0,81	0,78
	1,08	0,625	0,68	0,7	0,75	0,78	0,8	0,8	0,75	0,72

**Tabla A.3** Tabla compresor 1: Relación de compresión.

$\pi_c$		$\beta$								
		0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1
Nc	0,45	0,9397	1,1824	1,28015	1,355	1,445	1,5226	1,582	1,6005	1,553
	0,5	1,02335	1,3184	1,42465	1,52275	1,64	1,7278	1,78	1,8279	1,8038
	0,6	1,346	1,6992	1,8726	1,9955	2,16	2,2579	2,356	2,41535	2,4099
	0,7	1,78815	2,2432	2,4506	2,636	2,82625	2,959	3,094	3,1923	3,2041
	0,8	2,3498	2,9368	3,21645	3,47475	3,76875	4,0021	4,192	4,3293	4,4581
	0,85	2,67245	3,3176	3,6355	3,93225	4,2725	4,5322	4,768	5,0115	5,3568
	0,9	3,0907	3,78	4,1268	4,45075	4,825	5,1307	5,434	5,71265	6,0883
	0,92	3,258	3,984	4,34355	4,6795	5,085	5,4385	5,758	6,0727	6,5481
	0,94	3,43725	4,1744	4,54585	4,893	5,32875	5,695	6,046	6,4138	6,987
	0,955	3,55675	4,324	4,71347	5,076	5,5075	5,866	6,226	6,6033	7,2169
	0,98	3,70015	4,4872	4,89265	5,27425	5,735	6,1225	6,496	6,9065	7,6558
	1	3,736	4,528	4,936	5,32	5,8	6,208	6,6292	7,06568	7,9484
	1,04	3,79575	4,596	5,00825	5,39625	5,88125	6,2935	6,73	7,19075	8,12396
	1,08	3,8555	4,664	5,0805	5,4725	5,9625	6,379	6,82	7,2855	8,241

**Tabla A.4** Surge table 1.

	Surge Line						
Mass Flow	2,015	5,37436	6,18947	8	10,05	12,96842	14,4
PR	1	1,60026	1,80711	2,356	3,094	4,22997	5,0115

**Tabla A.5** Surge table 2.

	Surge Line							
Mass Flow	15,83974	16,80769	17,77692	18,25	19,13333	19,73077	20,12462	20,4
PR	5,8762	6,30035	6,68514	6,94	7,4095	7,72295	7,98054	8,241



# Índice de Figuras

---

1.1	Esquema del modelo completo	4
2.1	Coeficientes de propiedades termodinámicas para distintos gases	10
2.2	Diagrama del proceso real del flujo a través de la válvula	12
2.3	Diagrama del proceso isoentrópico del flujo a través de la válvula	13
2.4	Comprobación de $M_{v4} < 0.5$	14
2.5	Ejemplo de estable a $\dot{m}_c = 70\text{kg/s}$ sobre el que se genera una perturbación	15
2.6	Variables que determinan las condiciones de bloqueo	17
2.7	Evolución temporal obtenida de las válvulas y conducto	18
2.8	Evolución temporal obtenida de los volúmenes de trabajo	21
2.9	Compresor axial genérico	22
2.10	Evolución de variables variables termodinámicas a través del compresor	23
2.11	Conexión del compresor con el resto de componentes	23
2.12	Mapa de compresor típico	24
2.13	Mapas de varios compresores	26
2.14	Esquema de flujo en operación normal/surge	27
2.15	Ejemplo de la variación de variables del compresor	29
2.16	Ejemplo de la variación del punto de diseño	29
3.1	Esquema de resolución	32
3.2	Módulo de válvula	33
3.3	Esquema de casos del flujo a través de una válvula	34
3.4	Módulo de volumen	35
3.5	Módulo de compresor	37
3.6	Modelo para el dimensionamiento del conjunto	39
3.7	Evolución de las variables de las <b>válvulas/conducto</b> hasta llegar al estable	41
3.8	Evolución de las variables de los <b>volúmenes</b> hasta llegar al estable	41
3.9	Esquema de funcionamiento para el dimensionado	42
3.10	Modelo para el análisis ante perturbaciones	43
3.11	Evolución del <b>mapa del compresor</b> ante una perturbación	44
3.12	Evolución del <b>compresor</b> ante una perturbación	44
3.13	Evolución de los <b>volúmenes</b> ante una perturbación	45
3.14	Evolución de las <b>válvulas/conducto</b> ante una perturbación	45
3.15	Esquema funcionamiento para la resolución de una perturbación	46
4.1	Casos de estudio sobre el mapa de compresor escalado	50
4.2	Mapa de control general	51

4.3	Función sigmoide	52
5.1	Mapa de control en el <b>CASO 1</b> abriendo la válvula	53
5.2	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 1</b> abriendo la válvula	54
5.3	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 1</b> abriendo la válvula	55
5.4	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 1</b> abriendo la válvula	56
5.5	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 1</b> abriendo la válvula	56
5.6	Mapa de control en el <b>CASO 1</b> cerrando la válvula	57
5.7	Evolución del mapa de control en el <b>CASO 1</b> cerrando la válvula	58
5.8	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 1</b> cerrando la válvula	59
5.9	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 1</b> cerrando la válvula	60
5.10	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 1</b> cerrando la válvula	60
5.11	Mapa de control en el <b>CASO 2</b> abriendo la válvula	61
5.12	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 2</b> abriendo la válvula	62
5.13	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 2</b> abriendo la válvula	63
5.14	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 2</b> abriendo la válvula	64
5.15	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 2</b> abriendo la válvula	64
5.16	Mapa de control en el <b>CASO 2</b> cerrando la válvula	65
5.17	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 2</b> cerrando la válvula	66
5.18	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 2</b> cerrando la válvula	67
5.19	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 2</b> cerrando la válvula	68
5.20	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 2</b> cerrando la válvula	68
5.21	Mapa de control en el <b>CASO 3</b> abriendo la válvula	69
5.22	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 3</b> abriendo la válvula	70
5.23	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 3</b> abriendo la válvula	71
5.24	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 3</b> abriendo la válvula	72
5.25	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 3</b> abriendo la válvula	72
5.26	Mapa de control en el <b>CASO 3</b> cerrando la válvula	73
5.27	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 3</b> cerrando la válvula	74
5.28	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 3</b> cerrando la válvula	75
5.29	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 3</b> cerrando la válvula	76
5.30	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 3</b> cerrando la válvula	76
5.31	Mapa de control en el <b>CASO 4</b> abriendo la válvula	77
5.32	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 4</b> abriendo la válvula	78
5.33	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 4</b> abriendo la válvula	79
5.34	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 4</b> abriendo la válvula	80
5.35	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 4</b> abriendo la válvula	80
5.36	Mapa de control en el <b>CASO 4</b> cerrando la válvula	81
5.37	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 4</b> cerrando la válvula	82
5.38	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 4</b> cerrando la válvula	83
5.39	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 4</b> cerrando la válvula	84
5.40	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 4</b> cerrando la válvula	84
5.41	Mapa de control en el <b>CASO 5</b> abriendo la válvula	85
5.42	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 5</b> abriendo la válvula	86
5.43	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 5</b> abriendo la válvula	87
5.44	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 5</b> abriendo la válvula	88
5.45	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 5</b> abriendo la válvula	88
5.46	Mapa de control en el <b>CASO 5</b> cerrando la válvula	89
5.47	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 5</b> cerrando la válvula	90
5.48	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 5</b> cerrando la válvula	91



5.49	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 5</b> cerrando la válvula	92
5.50	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 5</b> cerrando la válvula	92
5.51	Mapa de control en el <b>CASO 6</b> abriendo la válvula	93
5.52	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 6</b> abriendo la válvula	94
5.53	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 6</b> abriendo la válvula	95
5.54	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 6</b> abriendo la válvula	96
5.55	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 6</b> abriendo la válvula	96
5.56	Mapa de control en el <b>CASO 6</b> cerrando la válvula	97
5.57	Evolución del mapa de compresor en el <b>CASO 6</b> cerrando la válvula	98
5.58	Evolución de las variables del compresor en el <b>CASO 6</b> cerrando la válvula	99
5.59	Evolución de los volúmenes en el <b>CASO 6</b> cerrando la válvula	100
5.60	Evolución de los válvulas en el <b>CASO 6</b> cerrando la válvula	100
6.1	Presentación de los casos que se van a analizar en el estudio cruzado	101
6.2	Mapa de control en el paso de operación en el punto 2 al punto 5	102
6.3	Evolución del mapa del compresor	103
6.4	Evolución de las variables del compresor en el caso <b>Brusco</b>	104
6.5	Evolución de las variables del compresor en el caso <b>Suave</b>	105
6.6	Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 5	106
6.7	Evolución del mapa de compresor para perturbaciones desfasadas	107
6.8	Evolución de las variables del compresor con la perturbación a la salida primero	108
6.9	Evolución de las variables del compresor con la perturbación en la velocidad de giro primero	109
6.10	Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 2	110
6.11	Evolución del mapa de compresor para dos velocidades de variación de parámetros	111
6.12	Evolución de las variables del compresor con una perturbación más brusca en las variables de control	112
6.13	Evolución de las variables del compresor con una perturbación más suave en las variables de control	113
6.14	Mapa de control en el paso de operación en el punto 5 al punto 2	114
6.15	Evolución del mapa de compresor para perturbaciones desfasadas	115
6.16	Evolución de las variables del compresor con la perturbación a la salida primero	116
6.17	Evolución de las variables del compresor con la perturbación en la velocidad de giro primero	117



# Índice de Tablas

---

2.1	Gases en el aire y sus fracciones molares	11
4.1	Datos de operación de los casos de estudio	50
A.1	Tabla compresor 1: Gasto	125
A.2	Tabla compresor 1: Eficiencia	126
A.3	Tabla compresor 1: Relación de compresión	126
A.4	Surge table 1	127
A.5	Surge table 2	127



# Bibliografía

---

- [1] B.Y. Yang C. Wang a, Y.G. Li a, *Transient performance simulation of aircraft engine integrated with fuel and control systems*, 2016.
- [2] William T. Cousins, *The Dynamics of Stall and Surge Behavior in Axial-Centrifugal Compressors*, 1997.
- [3] R. ELDER, *MATHEMATICAL MODELLING OF AXIAL FLOW COMPRESSORS*, 1973.
- [4] The engineering Toolbox, *Butterfly valves and typical flow coefficients - cv*.
- [5] PIPE FLO, *Relationship between flow coefficient and discharge coefficient*.
- [6] A. Muñoz T. Sánchez R. Chacartegui, D. Sánchez, *Real time simulation of medium size gas turbines*, 2003.
- [7] Gerald A. Schohl, *Transient Analyses for Great Falls Hydroplant: Unit 1 Turbine Operations; Unit 1 and 2 Emergency Butterfly Valve Closures*, 2003.